

RC One Point Advice 3

断面の M-N 破壊包絡線

軸力と曲げモーメントを受ける断面の終局耐力は、M-N 破壊包絡線(M-N failure envelope)によって記述される(例えば[1])。これは2つの断面力がお互いに影響を与えることから、M-N 相互作用図(M-N interaction curve)とも呼ばれる。

柱部材には、上部荷重により軸力が常時作用し、これが通例偏心荷重として作用するため、断面には曲げモーメントと軸力が作用する。さらには、地震荷重(水平荷重)により曲げモーメントとせん断力が付加されるので、この M-N 破壊包絡線は、耐震設計にて重要なツール(設計用具)となる(軸力+せん断力については、別途考える)。

M-N 破壊包絡線には断面性能に関する多くの情報が反映されており、構造エンジニアはこれを正しく読取ることが必要である。ここでは、あらゆる視点から M-N 破壊包絡線の特徴と効用を再度考えたい。

1. M-N 破壊包絡線

まず、図 1 のような鉛直荷重 P を受ける単柱形式の柱部材を例にとり、作用する2つの断面力(N=軸力, M=曲げモーメント)を考える。この場合、

① 中心軸圧縮状態 ($e=0$): 断面には、軸力(圧縮)のみが作用

② 偏心軸圧縮状態 ($e>0$): 断面には、軸力と曲げモーメントが作用

のように分類できる。ここで、 e (=eccentricity)は断面図心からの偏心距離を表し、 $e=M/N$ により定義されるが、 $M=e \cdot N$ のように考えてよい。

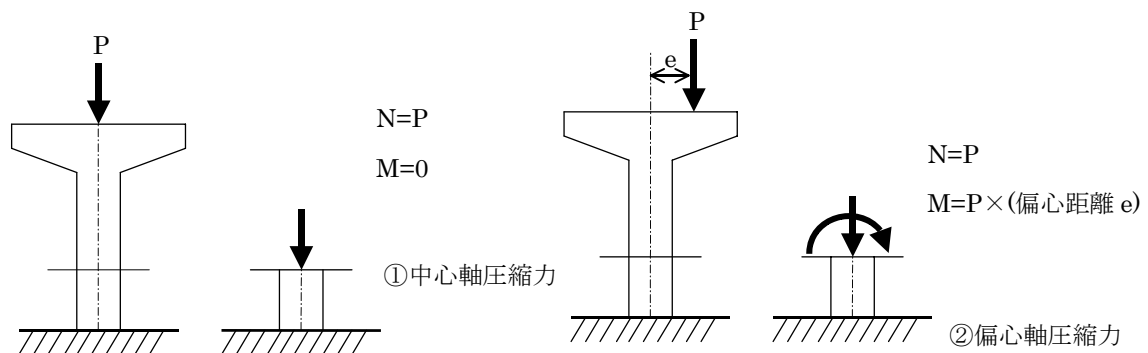


図 1 軸力と曲げモーメントを受ける部材の考え方：中心/偏心軸圧縮状態

このような2つの断面力を受ける鉄筋コンクリート断面の M-N 破壊包絡線は、縦軸 N'_u 、横軸 M_u として、図 2(a)のような形状を有する。同図では、偏心距離 $e(=M/N)$ がパラメータとなり、図中に記した①, ②, ③, ④, ⑤の主要点を理解することがポイントである。すなわち、 $e=0$ から出発して、

順に下記のように定義できる.

- ①: 単軸圧縮破壊 ($e = 0$)
- ②: コア作用点 ($e = e_c$)
- ③: 釣合い破壊 ($e = e_b$)
- ④: 純曲げ破壊 ($e = \infty$)
- ⑤: 単軸引張破壊

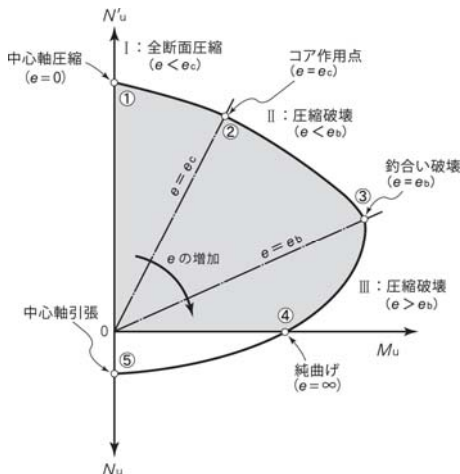
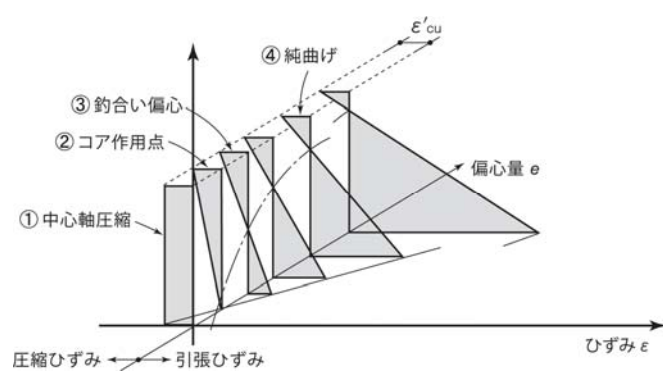


図 2 (a) M-N 破壊包絡線の説明図



(b) 主要点のひずみ分布

さらに、③: 釣合い破壊 ($e = e_b$) を遷移点として、2つの破壊形式に分類でき、次のように整理できる.

- ・ 鉄筋降伏先行型 ($N'_u \leq N'_{ub}$, $e \geq e_b$) : この場合、引張鉄筋の降伏→圧縮コンクリートの圧縮破壊、と典型的な非線形挙動となる。これは軸力のレベルが小さいので、純曲げの場合と同様な挙動を示すものである。破壊の様相も穏かであり、比較的靱性に富む。
- ・ コンクリート圧縮破壊型 ($N'_u > N'_{ub}$, $e < e_b$) : この場合、引張ひび割れの進展がなく、引張鉄筋が未降伏のまま、コンクリートの圧縮破壊を迎える。これは、ひずみ分布(図 2(b))から判断されるように、中立軸が図心軸より下方にあり、引張鉄筋の負荷が小さいことによる。終局時には、明瞭な予兆のない脆性的な破壊となり、急激な耐力低下を呈する。このような特性は、(引張鉄筋未降伏のため、脆性的に破壊するという意味で)純曲げ状態の過鉄筋(over-reinforcement)と同じではあるが、純曲げの場合、設計上(配筋上)回避されなければならないのに対して、過鉄筋でない断面 (under-reinforcement) であっても、軸力が加わることにより、釣合い破壊およびコンクリート圧縮破壊型はその包絡線上に必ず存在する。

次に、図 2 (b)は、断面のひずみ分布を描いたもので、先述の①から④を示している(これらが偏心量 e をパラメータと考えてもよい)。ここで、改めて、釣合い破壊時によって分類される2つの破壊形式に対する引張鉄筋のひずみ ϵ_{s1} とコンクリートの圧縮縁ひずみ ϵ'_c を整理する。

・ 釣合い破壊時 ($N'_u = N'_{ub}$, $e = e_b$) \Rightarrow 両材料のひずみ: $\epsilon_{s1} = f_y / E_s$, $\epsilon'_c = \epsilon'_{cu}$

- ・鉄筋降伏先行型 ($N'_u \leq N'_{ub}$, $e \geq e_b$) \Rightarrow 両材料のひずみ: $\varepsilon_{s1} > f_y / E_s$, $\varepsilon'_c = \varepsilon'_{cu}$
- ・コンクリート圧縮破壊型 ($N'_u > N'_{ub}$, $e < e_b$) \Rightarrow 両材料のひずみ: $\varepsilon_{s1} < f_y / E_s$, $\varepsilon'_c = \varepsilon'_{cu}$

ここで大切なことは、いずれの場合も、コンクリートの圧縮縁に対して、 $\varepsilon'_c = \varepsilon'_{cu}$ なる条件にて終局と定義していることである。両材料の限界ひずみは、次のように与えられる。

- ・引張鉄筋に対して: $\varepsilon_y = f_y / E_s$
- ・圧縮コンクリートに対して: $\varepsilon'_{cu} = (155 - f'_c) / 3 \times 10^3$ (コンクリート標準示方書[2])

2. 断面耐力と設計断面力

次に、M-N 破壊包絡線にて規定される断面耐力、および設計断面力を定義しよう。設計断面力は‘種々の外荷重によって決まる作用断面力’であるのに対して、終局断面耐力は、‘部材寸法/鉄筋量/材料強度によって算出される断面性能’である。両者は、単位は同一だが、構造設計において似て非なる別物と考えるべきで、以下に整理する。

- ・設計断面力 N'_d, M_d : 部材に作用する断面力
- ・終局断面耐力 N'_u, M_u : 破壊包絡線 (相互作用図) の線上全ての値

上式では、添え字 d=design/設計, u=ultimate/終局、のように見ると分かりやすい。

ここで、図 3 は、 $M_u - N'_u$ 破壊包絡線の内外に、①、②、③の設計断面力の座標をプロットしたもので、3点の設計断面力が

- ① : M-N 破壊包絡線内にあり、安全性は照査される。
- ② : M-N 破壊包絡線上にあり、断面は破壊している。
- ③ : 包絡線外にあり、とっくに破壊している。

であることは容易に判断できる。

簡単に言えば、終局断面耐力 > 設計断面力であれば、断面破壊しないことを意味し、コンクリート標準示方書[2]の照査式 (終局限界状態) に従えば、次式にて記述される。

$$\gamma_i \frac{N'_d}{N'_u} \leq 1.0, \gamma_i \frac{M_d}{M_u} \leq 1.0 \quad (1)$$

ここで、設計断面力を攻撃 (オフense)、終局断面耐力を防御 (Defense) と置き換える分かりやすい。防御が攻撃を上回れば破壊しない (すなわち式(1)を満足する) が、時に、大地震による攻撃が圧倒すると構造物が崩壊する[3]。

なお、実際の設計に際しては、安全係数を組み入れる必要があり、簡単に言うと、設計断面力は安全係数 (荷重係数) にて割増し、断面耐力は安全係数 (材料係数、部材係数) にて割引く (小さくする)。かくして、図 3(a)の設計断面力 (例えば①点) は外側に移り、断面耐力 (M-N 破壊包絡線) は縮小し、安全性が確保される。

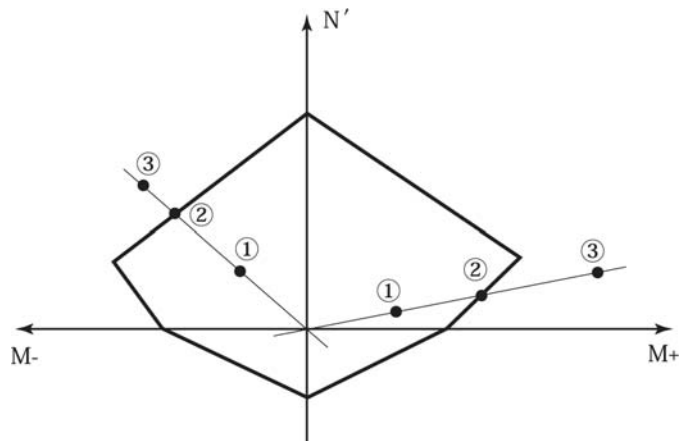


図 3 (a) M-N 破壊包絡線と設計断面力

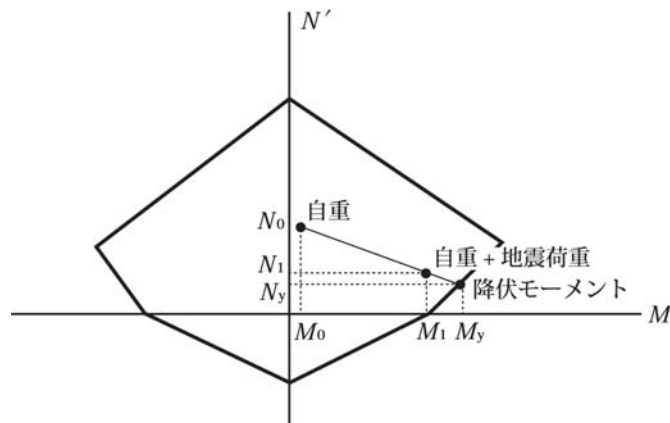


図 3 (b) 耐震設計（断面力比(stress ratio)の定義）

コンクリート標準示方書[2]の場合、このようにして前出の式(1)の分母と分子が（攻守に別れ）算出され、最後に構造物係数 γ_i が乗じられていると理解されたい。これらの安全係数は大きいほど安全であるが、経済性とも合わせ標準示方書やガイドラインに従うことになる。

耐震設計に際しては、常時荷重として一定軸力（場合によっては一定曲げモーメント）のもとで、地震力により 2 つの断面力 M, N が同時に作用する。このため、前出の式(1)をそのまま適用することはできない。そこで、図 3(b)に例示した断面力比(stress ratio) [4]を用いると便利である。これは、断面力比(stress ratio) λ^+ 、 λ^- を

$$\lambda^+ = \frac{M_1 - M_0}{M_y - M_0}, \quad \lambda^- = \frac{M_1 - M_0}{M_y - M_0} \quad (2)$$

のように定義するものである。ここでは、 M_0 : 自重による曲げモーメント、 M_1 : 自重+地震荷重による曲げモーメント、 M_y : 部材の降伏モーメント、にて定義される。さらに、

正側として+、負側として-、を上添え字としている。正負の断面力比 λ^+ 、 λ^- により、より適確な耐震性を評価することができる。

3. パラメトリックシミュレーション# 1

M-N 破壊包絡線に関して、断面諸元を変化させたパラメトリックシミュレーションを行い、同図の意味するところをさらに理解しよう。そこで、図 4 に 3 ケースのシミュレーションを示したもので、設定したパラメータの増減に伴う破壊包絡線の形状の変化に着目されたい（各ケースとも 3 断面が併記されている）。

➤ 図(a) 引張鉄筋/圧縮鉄筋を等量配筋とし、両方とも変化：

この場合、引張鉄筋/圧縮鉄筋（等量配筋）の増加により、M-N 破壊包絡線がほぼ相似形に拡大（終局耐力が増加）していることがわかる。

➤ 図(b) 圧縮鉄筋を一定とし、引張鉄筋を変化

一方、引張鉄筋のみ増加させた場合、鉄筋降伏先行型の領域（M-N 破壊包絡線の下側）のみが拡大しており、圧縮破壊領域では恩恵がない。

➤ 図(c) コンクリートの圧縮強度を変化

コンクリート強度を増加させた場合、圧縮破壊型（M-N 破壊包絡線の上側）にて拡大しており、鉄筋降伏先行型の領域ではほとんど変化はない。

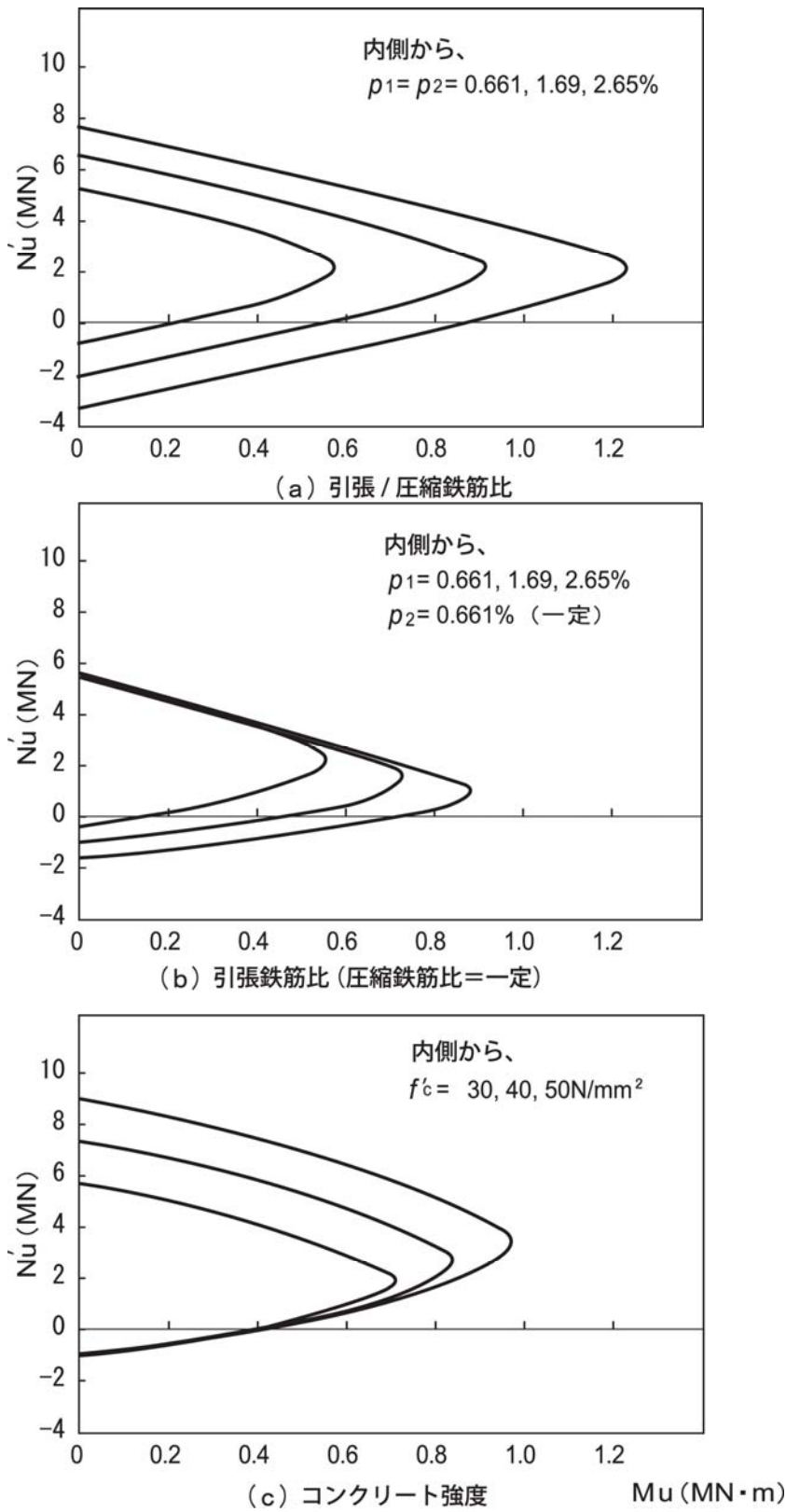


図 4 M-N 破壊包絡線の事例解析：パラメトリックシミュレーション # 1

4. パラメトリックシミュレーション#2

今度は、圧縮鉄筋 p_2 と引張鉄筋比 p_1 の合計量を一定 ($p_1+p_2=1.5\%$) とした、3断面のパラメトリックシミュレーションを図5に示す。ここでは、無次元量として、縦軸 $\bar{N}'_u = \frac{N'_u}{bdf'_c}$ 、横軸 $\bar{M}_u = \frac{M_u}{bd^2 f'_c}$ のように表示している（ここで、 b, d_1 =断面幅、断面高さ、 f'_c =コンクリート圧縮強度）。

この場合、全鉄筋量は同一であるが、鉄筋降伏先行領域では、引張鉄筋比 p_1 が多い順として $C \rightarrow B \rightarrow A$ のように M-N 破壊包絡線が拡大し、一方、コンクリート圧縮破壊領域では、 $A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に拡大している。このことは、軸力レベル $\bar{N}'_u = 0.2$ 、および $\bar{N}'_u = 0.8$ にて3ケースを比較すれば、一目瞭然である。

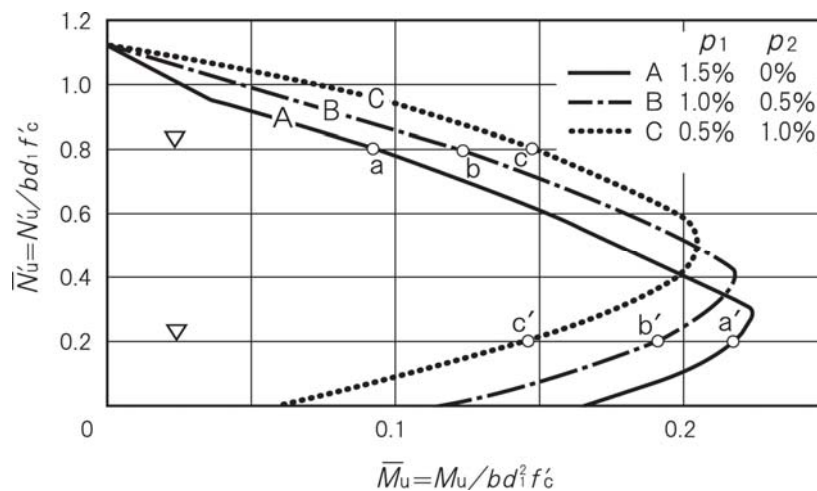


図5 M-N 破壊包絡線の事例解析：パラメトリックシミュレーション#2

次に、断面寸法を変化させたパラメトリックシミュレーションを提示したい（図6）。ここでは、縦軸/横軸の表示方法を次のようにした。

図(a) 実単位系：縦軸 $N'_u [kN]$ 、横軸 $M_u [kN \cdot m]$

図(b) 強度単位系：縦軸 $\frac{N'_u}{bd} [N/mm^2]$ 、横軸 $\frac{M_u}{bd^2} [N/mm^2]$

まず、図6(a)では、部材寸法を変化させたものであるが、当然のことながら、その断面寸法（図中の寸法単位：mm）に比例して M-N 破壊包絡線は全領域にて拡大する（断面耐力は大きくなる）。また、図6(b)のように強度単位系に変換（断面積にて正規化）すると、これら3断面の破壊包絡線はほぼ同一となる。

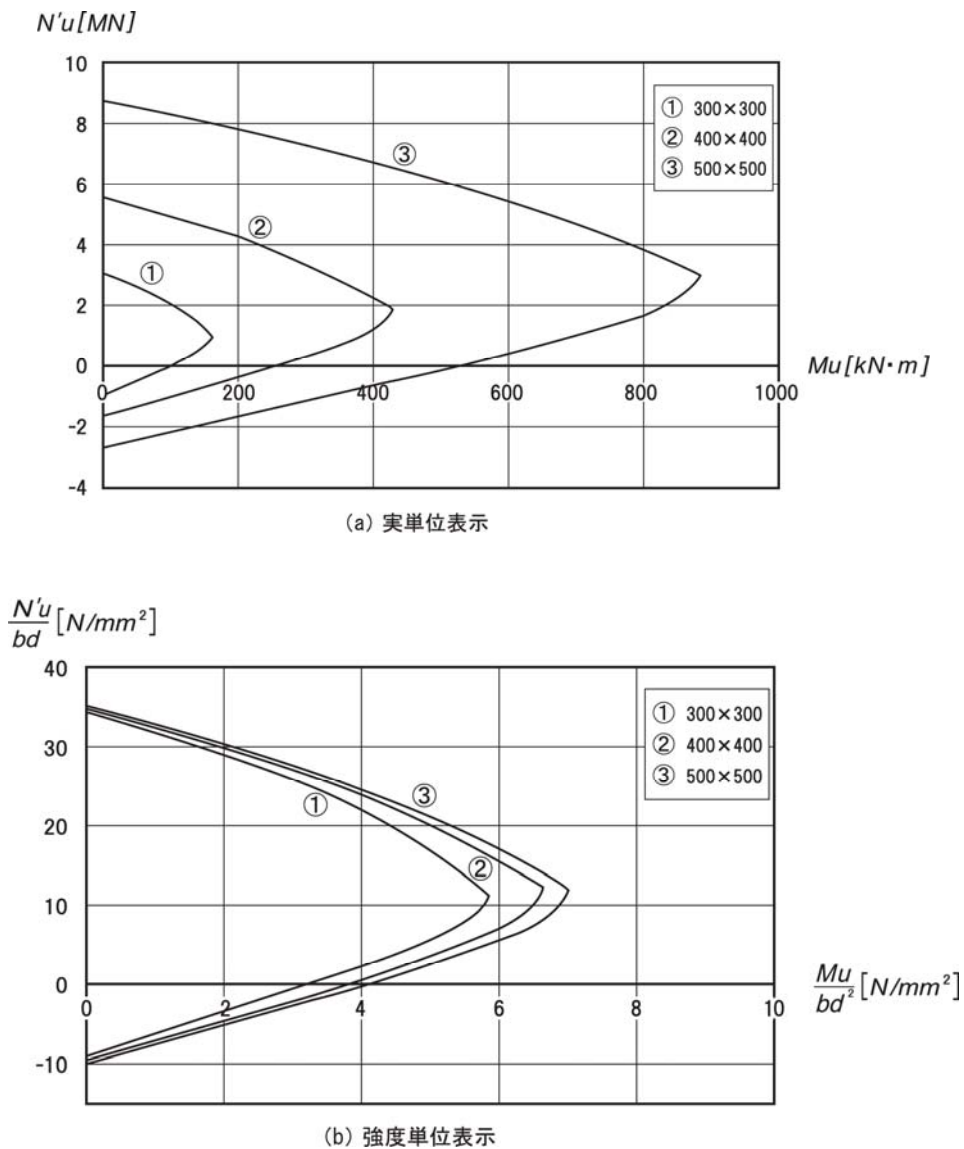


図 6 M-N 破壊包絡線：断面寸法を変化

5. M 軸と N 軸を入れ替えるとどうなるか。

通例、M-N 破壊包絡線は、横軸→曲げモーメント/縦軸→軸力、にて表されるが、図 7 のように両軸を入替えると包絡線の新しい特徴に気がつく。

図 7 において、軸力 N'_u をパラメータと考え、ゼロ (点①) から徐々に増やすと、当初、曲げ終局耐力 M_u が増加するが、点② (釣合い破壊点) を過ぎると今度は減少に転ずる。極端な場合、軸圧縮耐力 (点③) での曲げ終局耐力はゼロである。すなわち、適度な軸力により、曲げ終局耐力 M_u を増進することができ、釣合い破壊点にて最大値を与えることになるが、一方で '過ぎたるは及ばざるが如し' であり、過度な軸力は曲げ耐力を減少させることも分かる。

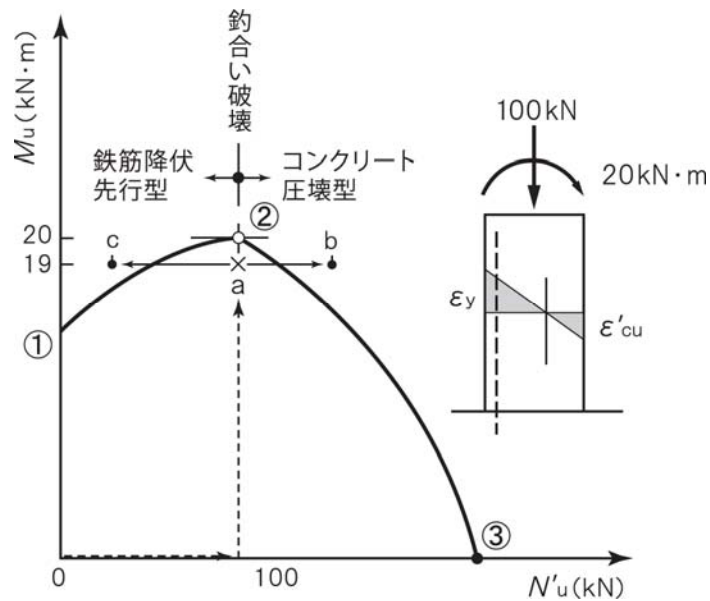


図7 縦軸と横軸を入替えた M-N 破壊包絡線

ここで、次のような仮想実験を試みよう。まず、釣合い破壊点②の座標を $(N'_u, M_u) = (100\text{kN}, 20\text{kN}\cdot\text{m})$ と仮定して、この柱部材に、軸力 $N' = 100\text{kN}$ を載荷して、次に曲げモーメントを $M = 19\text{kN}\cdot\text{m}$ まで増加させ、図中の点 a にて止める。点 a では、破壊包絡線の内側にあるので破壊しないが、ぎりぎりの所にあることは間違いない。ここで、軸力 N' を増加させたり、減少させたりしてみよう。このとき、点 a では、軸力 N' が丁度よい所に位置しているが、(曲げモーメント M を一定にした場合) どちらに行っても破壊してしまう。すなわち、

- ・ 軸力 N' を増加 → 点 b : 破壊 (コンクリート圧縮破壊型)
- ・ 軸力 N' を減少 → 点 c : 破壊 (鉄筋降伏先行型)

荷重を増加させて破壊するのは理解できるが、荷重を減少させても破壊するのは面白い。

このときのメカニズムを図中にある柱の模式図 (ひずみ分布) によって考えよう。点 a での断面力が載荷されているときは、コンクリートの圧縮縁ひずみが、終局ひずみ ϵ'_{cu} に近い値であり、同時に引張鉄筋が降伏ひずみ ϵ_y に肉迫にしているのである。従って、軸力 N' を増やせば、コンクリートが圧縮破壊し (a→b)、軸力 N' を減らせば、鉄筋を引張降伏させる (a→c) ことになる。

【参考文献】

- [1] 例えば、MacGregor, J. G.: REINFORCED CONCRETE - Mechanics and Design-, Prentice Hall
- [2] 土木学会コンクリート委員会：2007年制定コンクリート標準示方書 [設計編：本編]
- [3] 吉川弘道：第2版 鉄筋コンクリートの解析と設計-限界状態設計法と性能設計法-、第3章、One Point アドバイス #5、p.53、丸善出版、平成16年2月
- [4] Bozorgnia, Y. and Bertero, V.V. (edited by): Earthquake Engineering from Engineering Seismology to Performance-Based Engineering, CRC Press,