

X 統計的グリーン関数法

1. 経験的グリーン関数合成法の限界

経験的グリーン関数法 (Empirical Green's Function Method) を将来発生する地震に適用して強震動を予測しようとする場合、実際には対象とする断層に起因する適当な大きさおよびメカニズムの中小地震の観測記録が事前に得られていることは稀である。そのため、他地域で発生した中小地震の観測記録を必要に応じて補正して用いることが多い。しかし、対象とする課題に必ずしも最適な地震記録となるとは限らない。

そこで、観測地震記録の代わりに人工地震波形を用いる統計的グリーン関数合成法 (Stochastic Green's Function Method) が用いられることが多い。

2. 統計的グリーン関数合成法 (Stochastic Green's Function Method)

統計的グリーン関数合成法は、中小地震観測記録の統計分析に基づいた人工地震波形を要素地震波形とし、経験的グリーン関数合成法と同様の波形合成法で大地震波形を合成する方法である [釜江・他(1990)]。用いる人工地震波形は、 ω^{-2} 則 [Aki(1967)] に沿ったスペクトル特性を有し、地震波形として適切な波形包絡線で規定される。以下、Boore(1983)に沿ってその内容を概説する。

ω^{-2} 則を満たす震源波形の加速度フーリエ・スペクトル $S_A(f)$ は、

$$S_A(f) = R_{\theta\phi} \cdot FS \cdot PRITM \cdot \frac{\pi M_0}{\rho V_s^3} \frac{f^2}{1 + (f/f_c)^2} \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_{max})^n}} \quad (1)$$

と表すことができる [Boore(1983)]。ここで、 M_0 は地震モーメント、 ρ 、 V_s は地震が発生する媒質の密度、S波速度である。 $R_{\theta\phi}$ は地震波の放射特性 (断層すべり方向との離角に依存する地震動の強さ) を表す係数である。 FS は地表面の影響を考慮する係数で、地表面の解放波であれば 2.0 である。 $PRITM$ は、水平方向の 2 成分にエネルギーを分配する係数で、水平のベクトル合成波の場合は 1.0、1 成分を表現する場合には 0.71 (=1/√2) が一般的に用いられる。また、ある周波数 f_{max} よりも高周波数で観測スペクトルの振幅が漸減することが知られており、ここでは経験的に震源スペクトルにその効果を導入している。 f_c [Brune(1970)]、 f_{max} [Faccioli(1986)] は、例えば、

$$f_c = 4.9 \times 10^6 V_s \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (2)$$

$$f_{max} = 7.31 \times 10^3 M_0^{-0.12} \quad (3)$$

のように経験的な関係が得られている。 f_{max} で表現する地震動の高周波数限界は、その生成過程を含めて様々なモデルが提案されており、地域毎の特性として $f_{max} = 6.0 \text{ Hz}$ 、 $n = 2.0$ などと与えられ

る場合もある。

ω^{-2} 則を模式化した加速度スペクトルを図-1に示す。(2)式に示したように、 f_c と地震モーメントには3乗の関係がある。(2)式中の $\Delta\sigma$ はストレス・ドロップ(応力降下量)と呼ばれる量であり、断層面全体の平均としては2.5MPa(25bar)程度が一般的である。ストレス・ドロップが大きいと「硬く」壊れて短周期の波を多く放射する(f_c がより高周波数になる)地震、小さいと「軟らかく」壊れて短周期成分の少ない(f_c が低周波に移動)地震になる。統計的波形合成法で用いる要素地震のストレス・ドロップは、断層全体の面積と地震モーメントから導かれるストレス・ドロップと対応している必要がある。

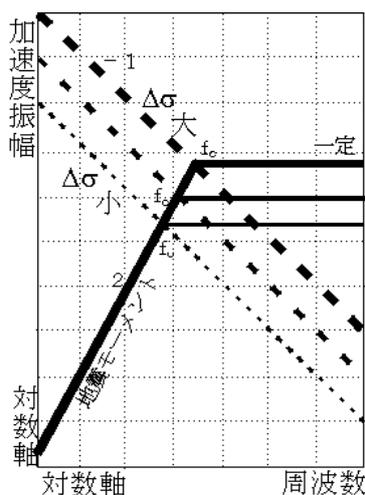


図-1 模式的な加速度震源スペクトル

(1)~(3)式で注意を要するのは、(1)式は理論式であるために用いられるパラメーターの単位系がCGSあるいはMKSで統一されているのに対して、(2)、(3)式は経験式であるため使い易い単位系が用いられており、地震モーメントが $\text{dyne}\cdot\text{cm}$ 、S波速度が km/s 、ストレス・ドロップはbar(0.1MPa)が前提となっている点である。

この段階で震源断層の位置および走向・傾斜・すべり方向とサイト位置の関係に応じて放射係数(Radiation Pattern)を導入することもおこなわれるが、Radiation Patternは短周期帯域ではほぼ等方となることから、S波の平均値として $R_{\theta\phi}$ を0.63と設定することが一般的である。Radiation Patternは長周期地震動を理論計算(差分法など)することによって評価し、ここで示した統計的グリーン関数法による短周期地震動とハイブリッド合成することで広帯域で実用的な地震動シミュレーションがおこなわれる。

次に、震源からある距離 r までの伝播経路の特徴を上記の震源スペクトル $S_A(f)$ に加味すると、

$$R_A(f) = S_A(f) \cdot \frac{1}{r} \cdot \exp\left(\frac{-\pi f \cdot x}{Q(f) \cdot V_s}\right) \quad (4)$$

のようになる。ここで、 r は震源距離であり、 $1/r$ は実体波(P波、S波)の幾何減衰を表している。また、 $Q(f)$ は周波数毎に定義された減衰係数(Q値)である。地殻のQ値は周波数依存した形でモデル化されることが多く、日本の平均的な値としては、

$$Q(f) = 130 \times f^{0.77} \quad (5)$$

などが用いられている [福島(1994)]。これで、任意距離の岩盤におけるスペクトル形状を記述することができる。これに、何らかの位相特性 (Boore(1983)ではランダム位相) を与えることにより、図-2に示したように、 ω^{-2} 則を満たす理論地震波形を作ることができる。

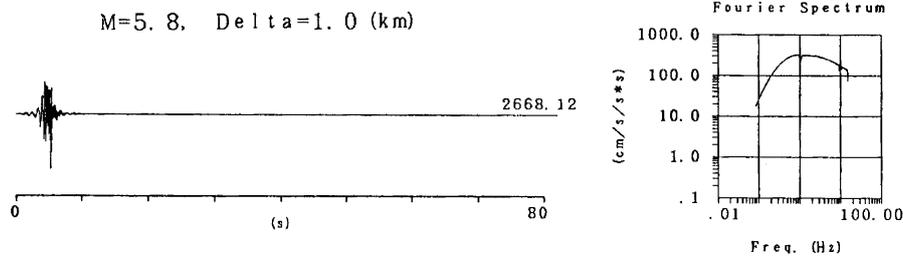


図-2 統計的グリーン関数の例

また、地盤増幅特性を何らかの形で評価でき (記録による経験量あるいはHaskell Matrix等による地震応答計算), それを $G(f)$ すると, 上記の岩盤スペクトル $R_A(f)$ を入射波として,

$$F_A(f) = R_A(f) \cdot G(f) \quad (6)$$

のように地表面地震動 $F_A(f)$ を表現することが可能である。

ここまでの表現は振幅スペクトルに関するものであるが、波形を作成するには位相特性を設定する必要がある。一般には、ランダム位相のホワイト・ノイズに波形包絡線を掛けたものを作成し、そのスペクトルが(1)式を満たすように振幅調整をすることがおこなわれる。Boore(1983)では、この波形包絡線に以下のような Γ 関数を用いている。

$$W(t) = a \cdot t^b \cdot e^{-ct} \cdot H(t) \quad (7)$$

$$a = \left[\frac{(2c)^{2b+1}}{\Gamma(2b+1)} \right]^{1/2}$$

$$b = -\varepsilon \ln \eta / [1 + \varepsilon (\ln \varepsilon - 1)] \quad (8)$$

$$c = b/\varepsilon T_w$$

の関数形で示される時間ウィンドウを先のホワイト・ノイズに施す。ここで、 $T_w=2.0/fc$ であり、(2)式を介して地震規模と関連している。また、一般には $\varepsilon=0.2$, $\eta=0.05$ が用いられる。Boore(1983)の波形包絡線は近距離における硬質岩盤のものとしては適切であるが、遠距離、また軟弱地盤ではより継続時間が延びる傾向がある。この他にも Jennings et al. (1968)によるものなど様々な波形包絡線が提案されており、適切なものを用いることが望まれる。

3. 統計的グリーン関数生成の実際

統計的グリーン関数の生成は、一般的には以下の手順に沿って実施される。

- ① ω^{-2} 則を満たす振幅成分に対して、位相成分をランダムに生成したスペクトルをフーリエ逆変換して波形を生成する。
- ② 波形包絡線を逸脱する部分をトリミングし、包絡形状を満たす波形とする。【この段階では、包絡形状をきっちり満たすが、トリミングの影響で振幅スペクトルは満たさない。】
- ③ 波形をフーリエ変換し、振幅スペクトルを満たすように調整した後で再度フーリエ逆変換する、【この段階では、振幅スペクトルをきっちり満たすが、振幅調整の影響で包絡形状は満たさない。】
- ④ 振幅スペクトルおよび波形包絡線の両方を満たすように②に戻って再試行する。

この手順を何度も繰り返して時間領域（波形）と周波数領域（スペクトル）でキャッチボールをおこなうことにことによって、望むべき波形を生成する。なお、①の段階の乱数シリーズを変更して別の波形を生成することにより、多成分の要素波形を得ることができる。

4. 参考文献

- Aki, K. : Scaling Law of Seismic Spectrum, *J. Geophys. Res.*, **72**, pp. 1217-1231, 1967.
- Boore, D. M. : Stochastic Simulation of High-frequency Ground Motions Based on Seismological Models of the Radiation Spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, pp. 1865-1894, 1983.
- Brune, J. N. : Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **75**, 4997-5009, 1970.
- Faccioli, E. : A study of strong motions from Italy and Yugoslavia in terms of gross source properties, *Geophys. Monograph*, **37**, Maurice Ewing, AGU, **6**, pp. 297-309, 1986.
- 福島美光 : 地震動強さの距離減衰式（経験式）に関する最近の研究動向 , *地震*, **46**, pp. 315-328, 1993.
- Irikura, K. : Prediction of strong acceleration motion using empirical Green's function, *7th Jpn. Earthq. Eng. Symp.*, pp. 151-156, 1986.
- Jennings, P. C., G. W. Housner and N. C. Tsai, Simulated earthquake motion for design purposes, *Proc. 4th WCEE*, 145-160, 1968.
- 釜江克宏, 入倉孝次郎, 福知保長 : 地域的な震源スケーリング則を用いた大地震（M7 級）のための設計用地震動予測, *日本建築学会構造系論文集*, **416**, pp. 57-70, 1990.

付録A 統計的グリーン関数の生成 (stchst.xls)

1) 内容

表計算ソフト (Excel) の機能を用いて, Boore(1983)に沿って統計的グリーン関数を生成するテンプレート・ファイルである。なお, 計算は経験的グリーン関数法の実際の計算内容に沿って, ステップ毎に実施される。(解説図は Excel 2007 で実行した際のもの。)

2) 入力パラメーター

ファイルを開くと図-1の状態になる。赤で示される数値が入力すべきパラメーターになる。n およびdtは生成する波形のデータ数および時間刻みである。高速フーリエ変換を用いるため, n は2の累乗である必要がある。 f_n は高周波遮断フィルターの低減係数(本文(1)式のn)に相当する。INTRNDは乱数の初期値であり, この値を他の整数に変更するとランダム位相を生成する際の乱数シリーズが異なるものとなる。niteは時間領域と周波数領域で調整のキャッチボールをおこなうイタレーション回数であり, 多いほど良好な結果が得られる。その他のパラメーターについては本文で解説した通りである。

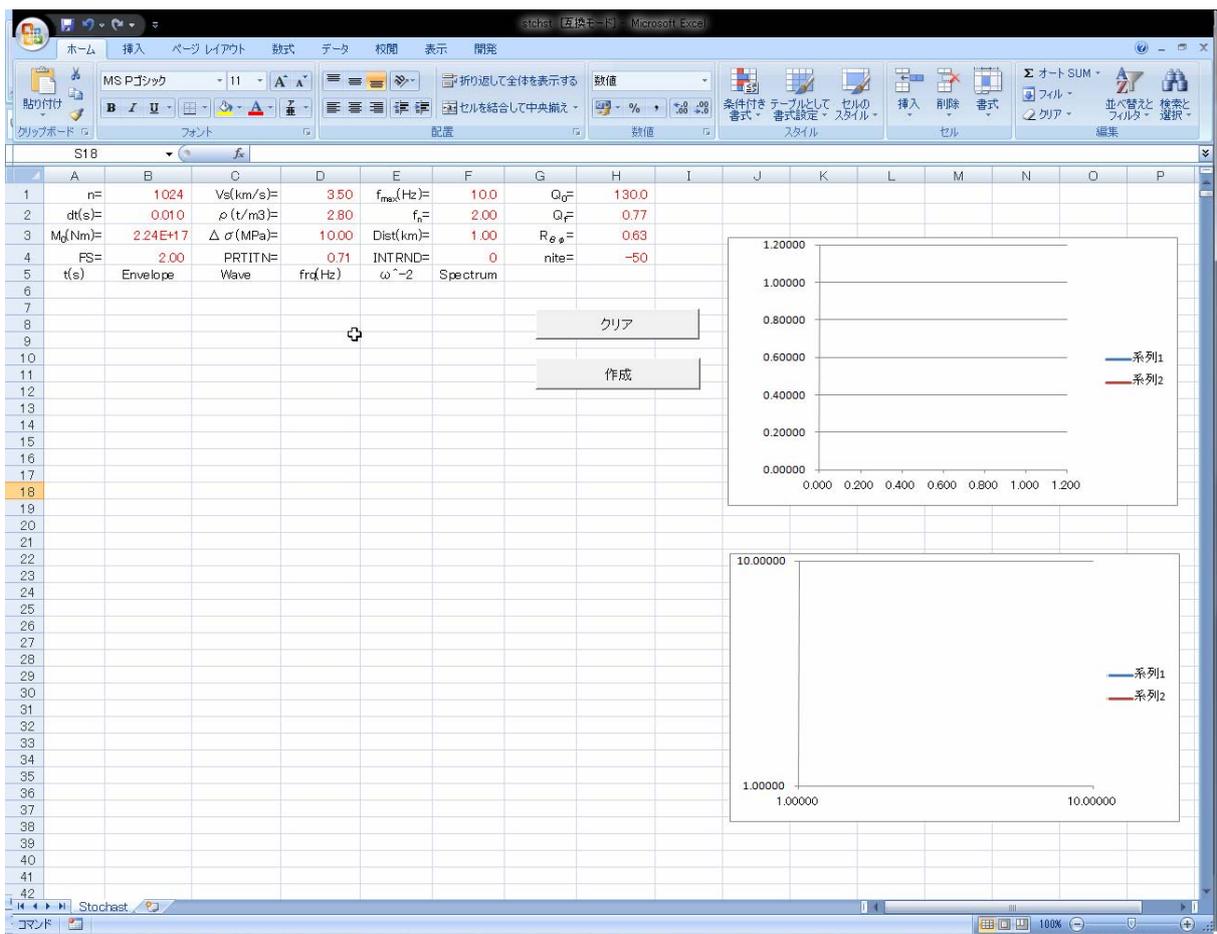


図-1 ファイルを開いた状態

3) 波形を優先的に合わせる場合

イタレーション回数 nite に負の整数を入力して「作成」ボタンをクリックした場合、本文3章に示した手順の②で計算を打ち切る。そのため、包絡形状をきっちり満たすものの、トリミングの影響で振幅スペクトルを完全には満たさない結果となる。図-2にその様子を示す。右上に波形が示されており、青が理論包絡線、赤が生成された波形である。右下が振幅スペクトルであり、青が理論スペクトル、赤が生成された波形のスペクトルである。図のように、波形は包絡線を満たしているが、スペクトルは必ずしも理論に一致していない。しかし、実際の観測スペクトルは理論スペクトルと完全に一致しているわけではなく、理論スペクトルはあくまで多数の観測値を統計処理したものである。したがって、この程度の一致でも十分と評価できるし、むしろ理論に一致しすぎているとも言える。一般的な用途にはこの方法で生成した波形が適していると言える。ここで「クリア」ボタンを押せば、結果が消去されて図-1の状態に戻る。

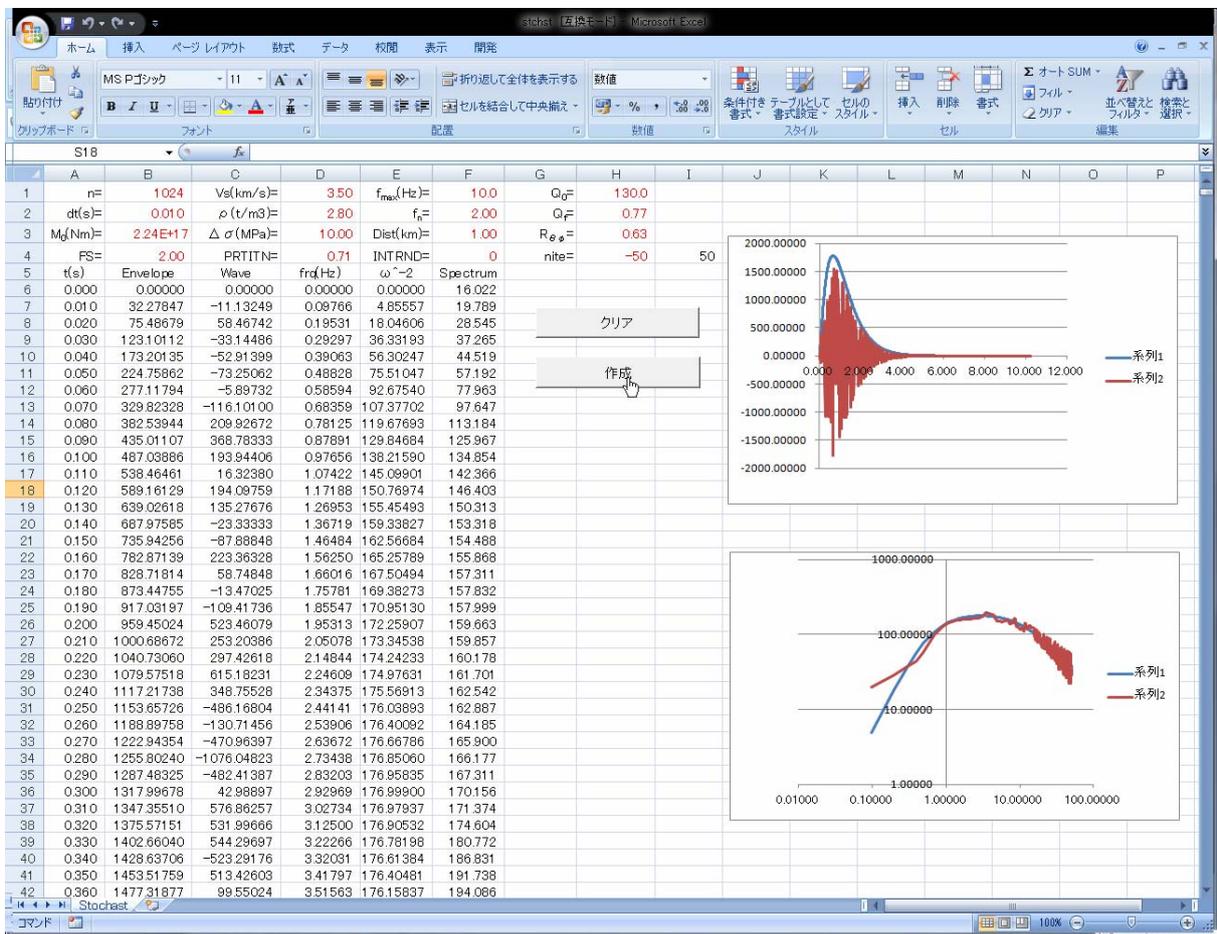


図-2 波形を優先的に合わせた結果

4) 振幅スペクトルを優先的に合わせる場合

イタレーション回数 nite に正の整数を入力して「作成」ボタンをクリックすると、本文3章に示した手順の③で計算を打ち切る。そのため、振幅スペクトルはきっちり満たすものの、振幅調整の影響で波形の包絡形状を必ずしも満たさない結果となる。図-3にその様子を示す。図のよ

うに、スペクトルは理論と完全に一致しているが、波形は包絡線を逸脱している。このため、期待される波形開始時間よりも前や終了時間よりも後に信号が存在してしまう。波形的には必ずしも最適ではないが、スペクトルには理論に対する極端な山谷が存在しないため、周波数領域で厳密な評価をおこないたい場合に適した波形と言える。ただし、波形は必ずしも因果性を満たさない点に注意する必要がある。

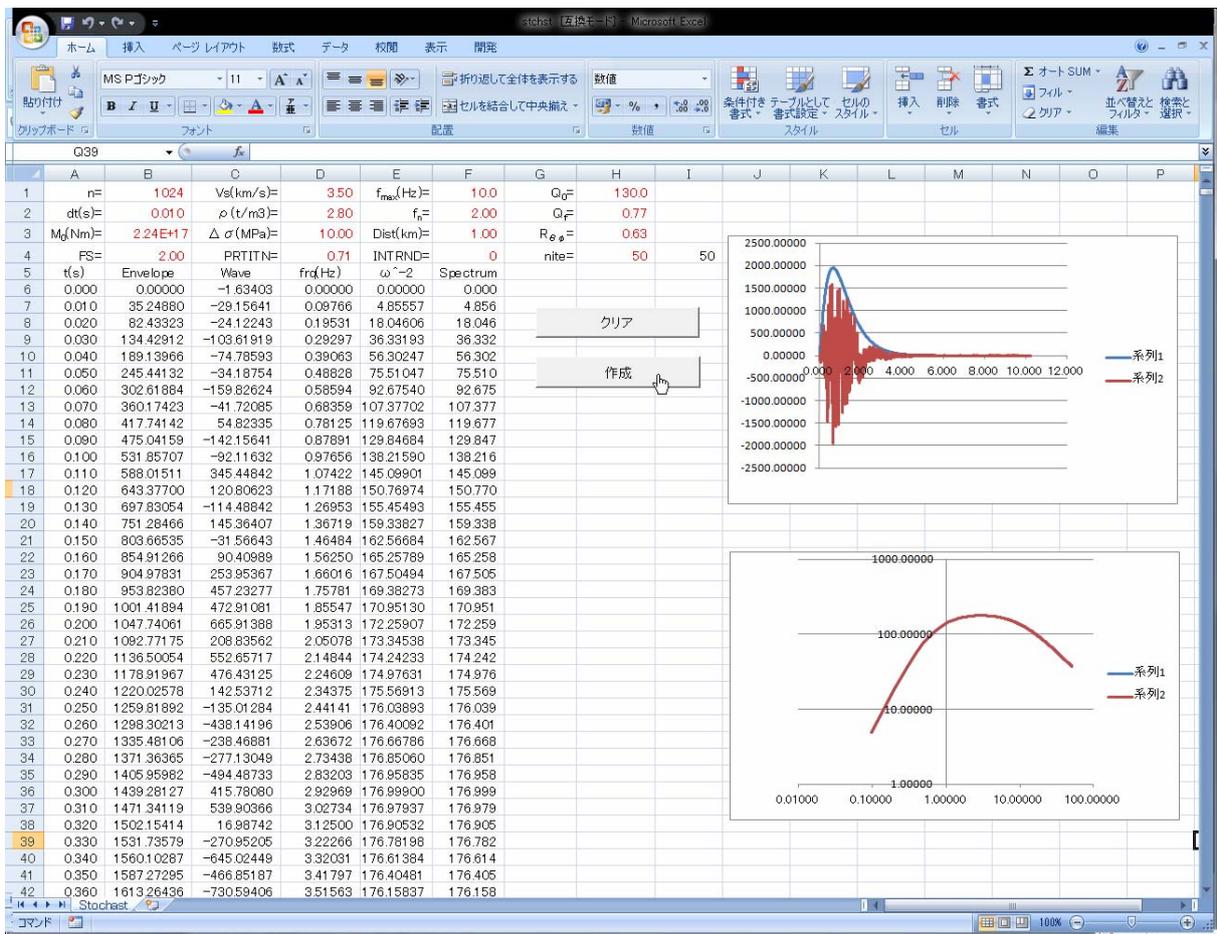


図-3 振幅スペクトルを優先的に合わせた結果

5) 結果の利用

得られた波形はC列の「Wave」以下に保存されているので（加速度波形，振幅の単位は cm/s^2 ），これをコピーして経験的グリーン関数法（irikura1986.xls）の要素地震波形として用いれば，統計的グリーン関数合成法を実施することができる。