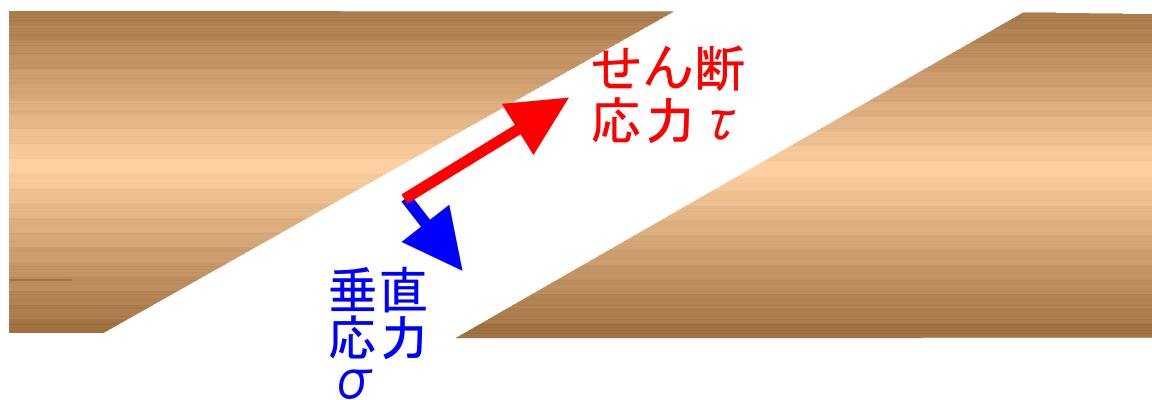
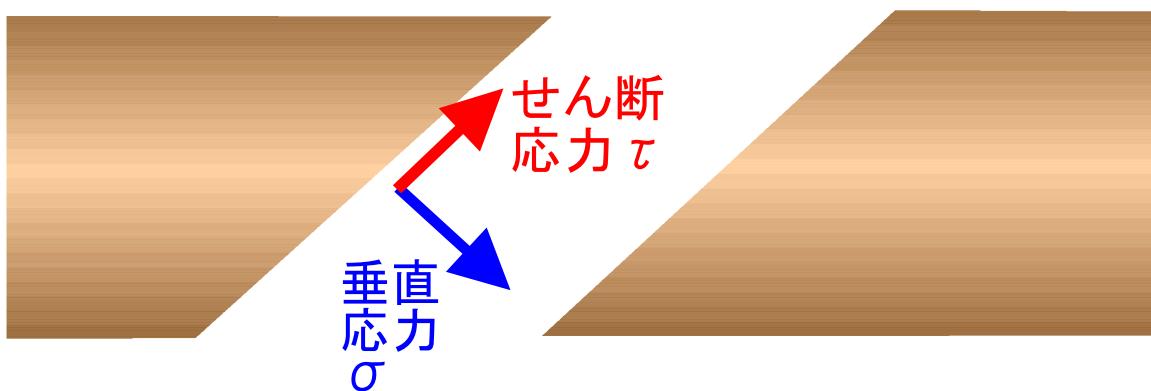
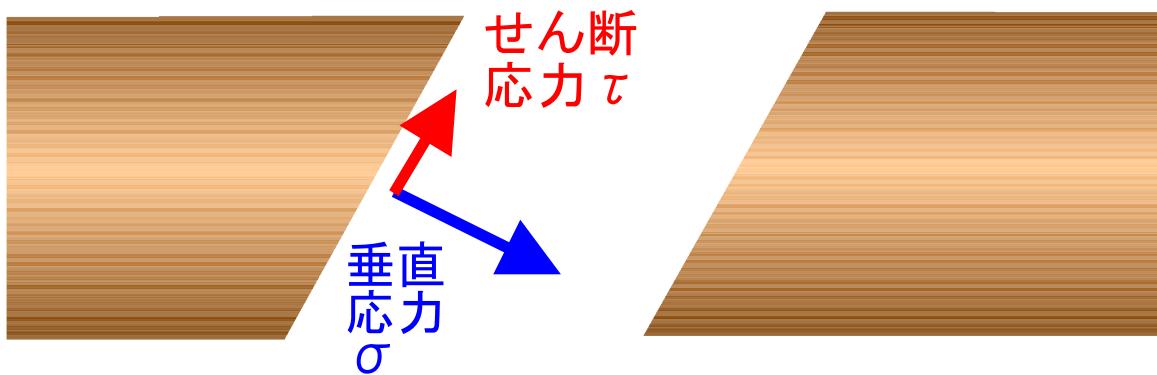
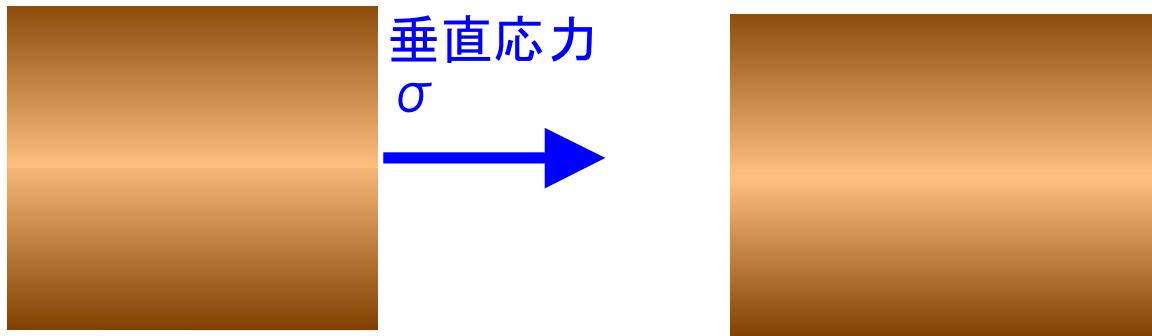
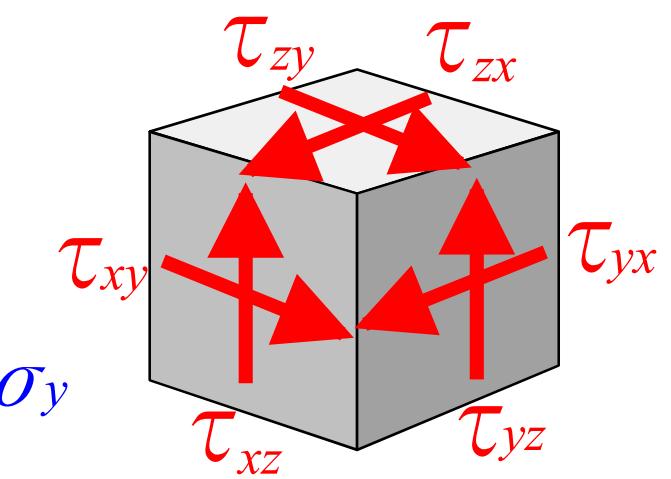
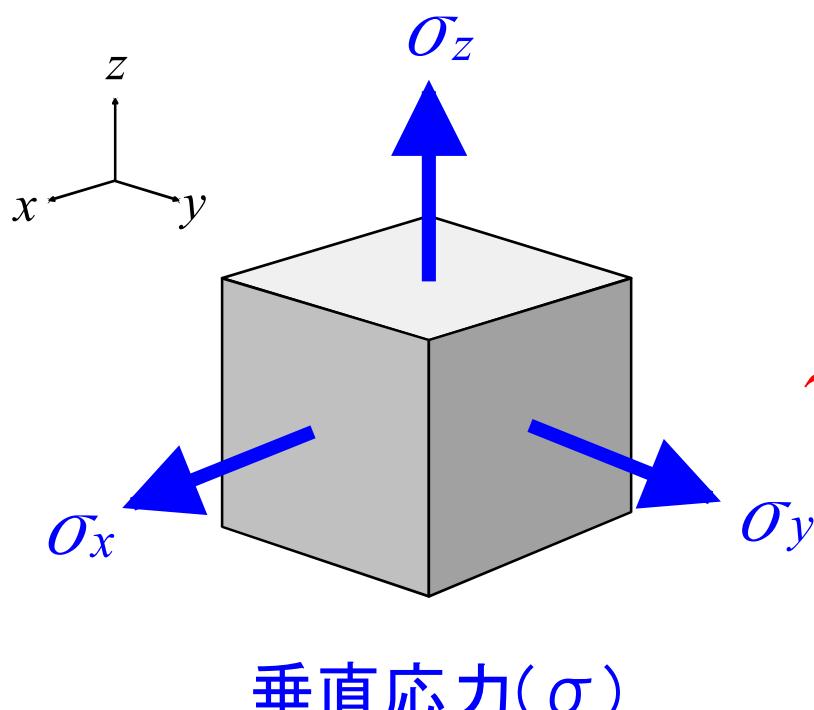
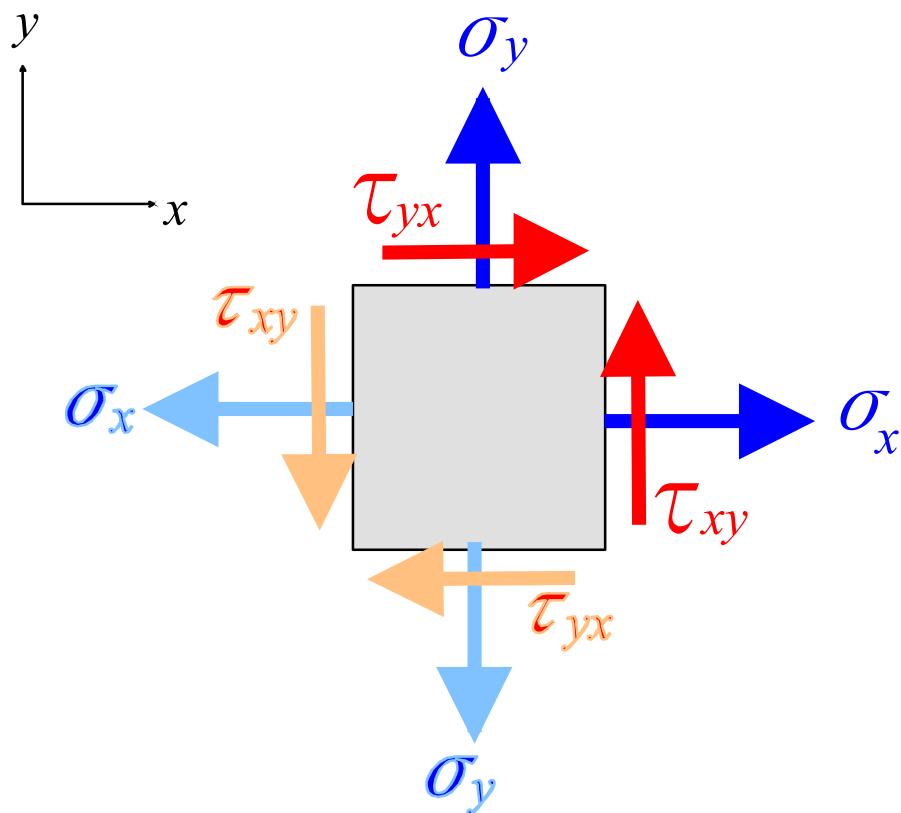
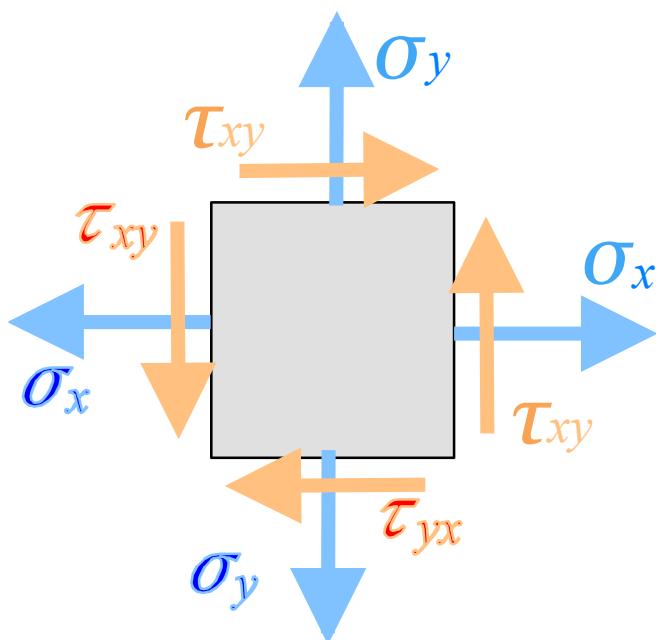


1.1 応力
(a) 応力の意味

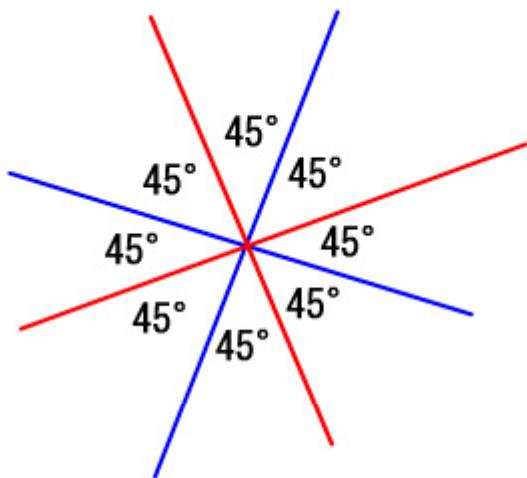
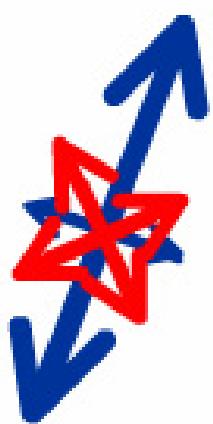
1.1 応力
(b) 応力の各成分

1.1 応力
(c) 主応力, 最大・最小せん断応力

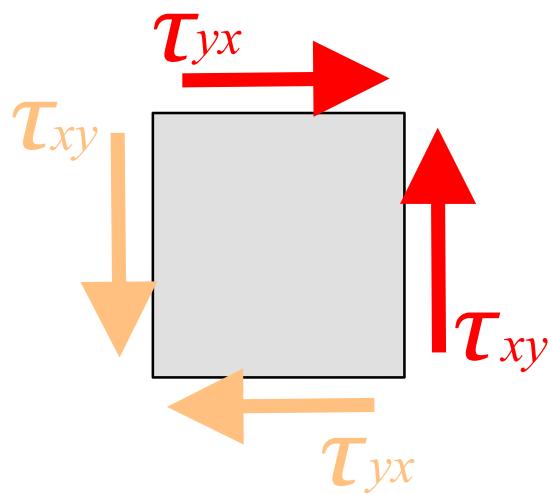
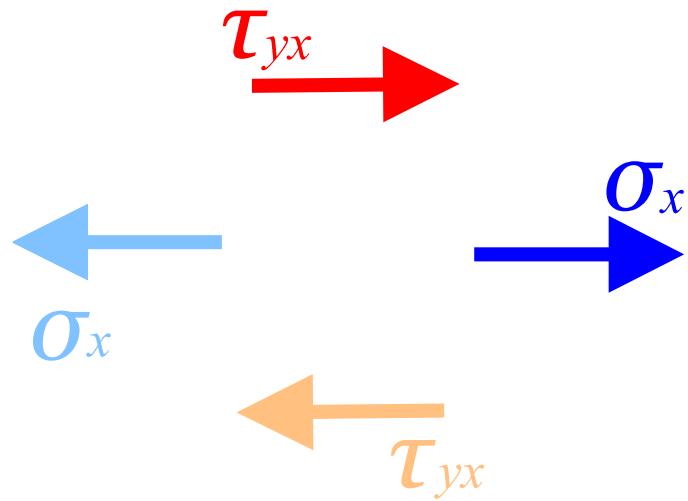
最大主応力



最大・最小せん断応力



1.2 力のつり合い式
(a) 力のつり合い式（2次元）



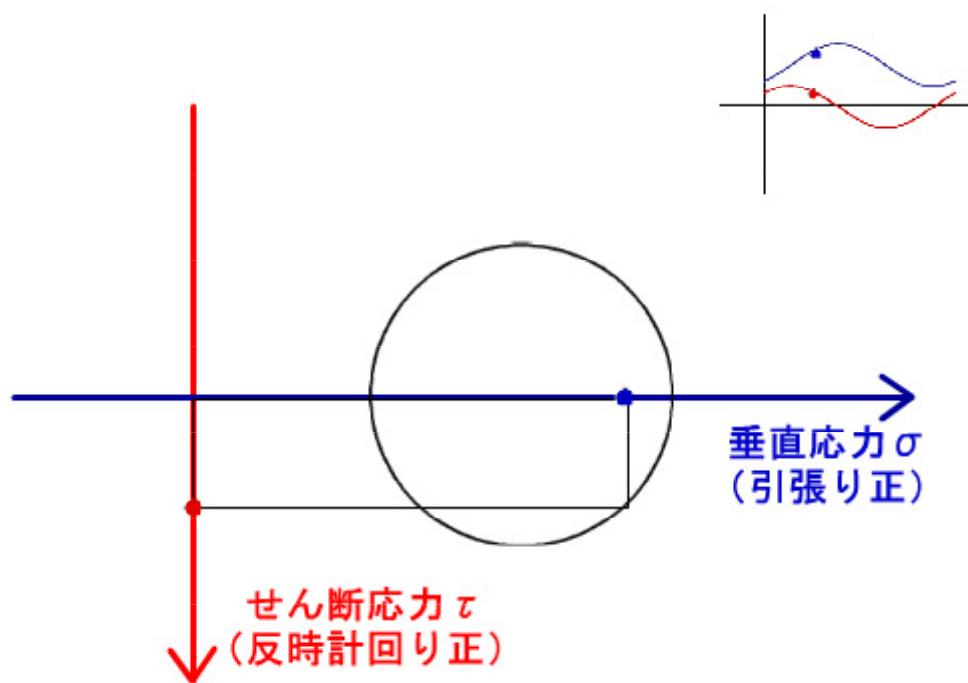
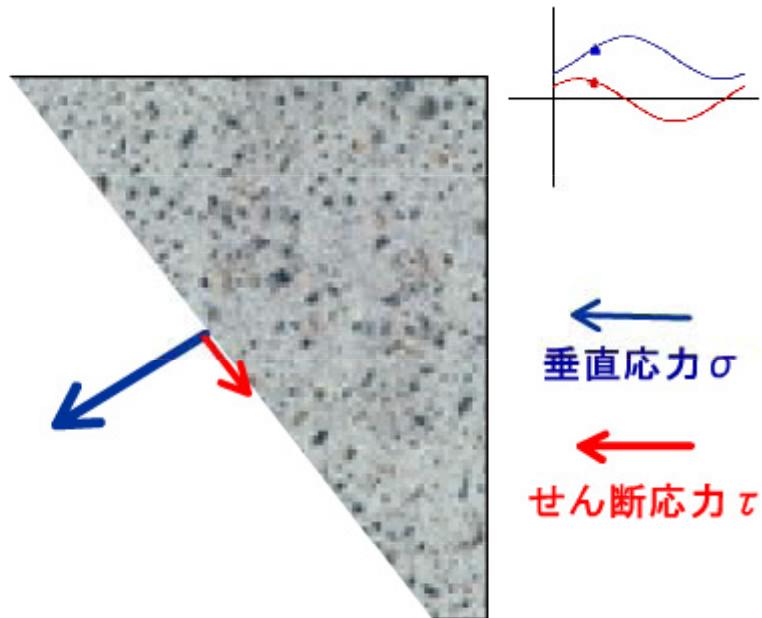
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

1.3 モールの応力円

(a) モールの応力円



2.1 ひずみ
(a) ひずみの意味

「ひずみ」も「応力」と同様、いくつかの成分から構成されます。

 y x

複雑な変形状態も、これらの成分の重ね合わせで表現できます。

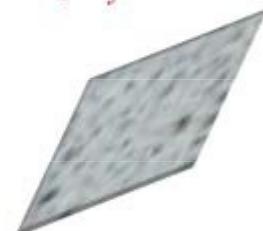
垂直
ひずみ
 ε_x



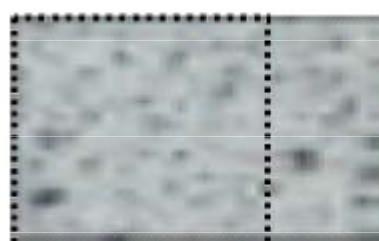
垂直
ひずみ
 ε_y



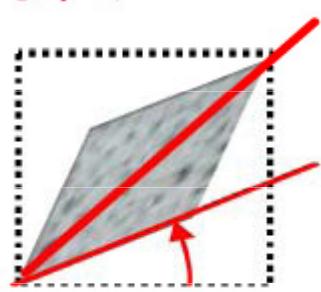
せん断
ひずみ
 γ_{xy}



垂直
ひずみ

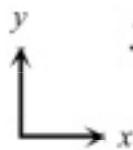


せん断
ひずみ



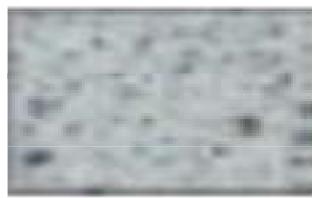
変形前
変形後

2.1 ひずみ
(b) ひずみの各成分



二次元表示に用いる各成分は以下の3つです。

垂直
ひずみ
 ε_x



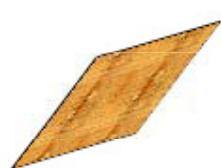
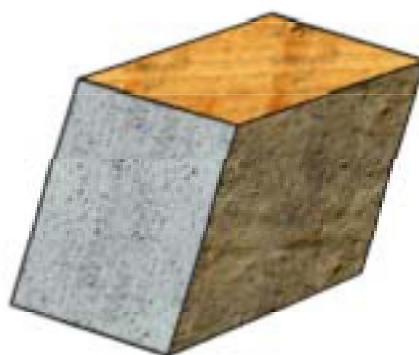
垂直
ひずみ
 ε_y



せん断
ひずみ
 γ_{xy}



三次元的な変形を表示するには、
以下の6成分が用いられます。



垂直
ひずみ
 ε_x

垂直
ひずみ
 ε_y

垂直
ひずみ
 ε_z

せん断
ひずみ
 γ_{xy}

せん断
ひずみ
 γ_{yz}

せん断
ひずみ
 γ_{zx}

2.1 ひずみ

(c) 主ひずみ、最大・最小せん断ひずみ等

垂直応力(σ) せん断応力(τ)

$$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}$$

対応
関係

垂直ひずみ(ε) せん断ひずみ(γ)

$$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}$$

■ 主応力

■ 最大(最小)せん断応力

■ モールの応力円

■ 応力の不变量

対応
関係

■ 主ひずみ

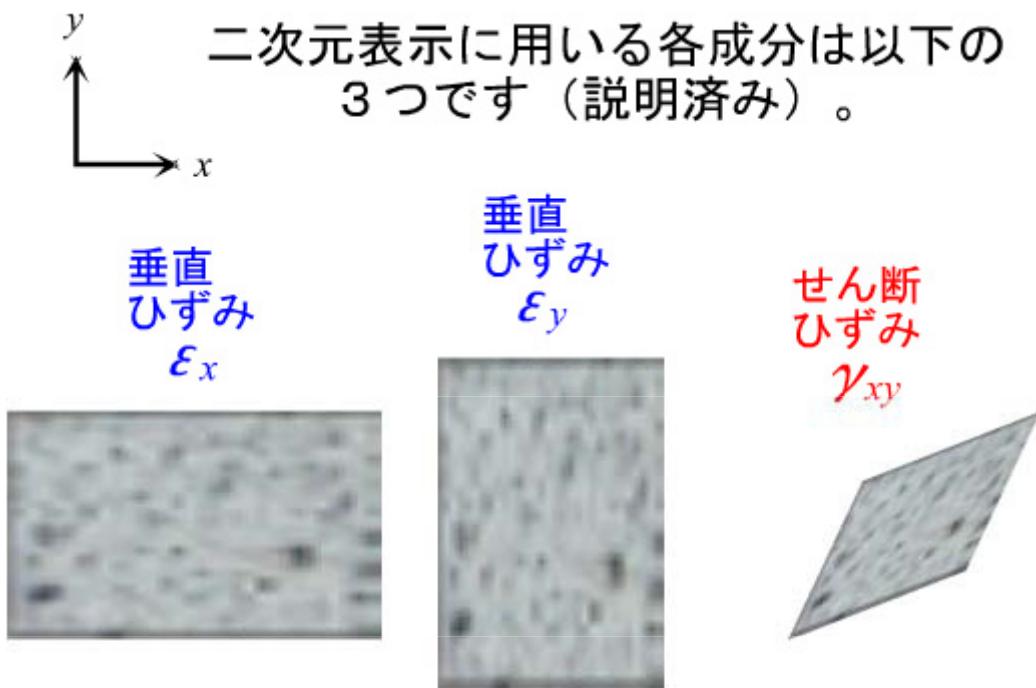
■ 最大(最小)せん断ひずみ

■ モールのひずみ円

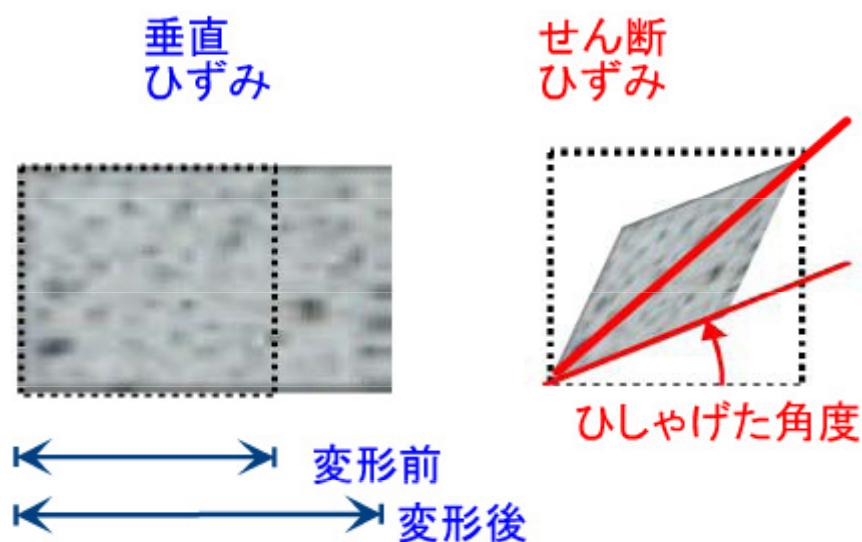
■ ひずみの不变量

各項目についての説明は省略（対応する「応力」の章を参照下さい）。

2.2 ひずみの適合条件
(a) ひずみの適合条件（2次元）



x, y 方向の変位 u, v で表すと、



$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

ひずみの各成分は、変位各成分 u, v の変化率（勾配）で表されます。

2.2 ひずみの適合条件
(b) ひずみの適合条件（3次元）

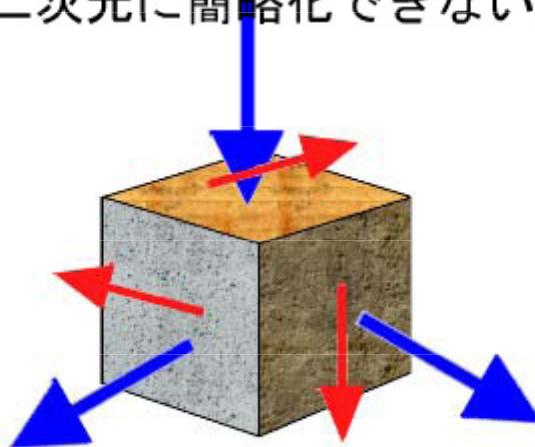
[2次元を理解していたら、あとは簡単でしょう。](#)

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \gamma_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \gamma_{zx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)\end{aligned}$$

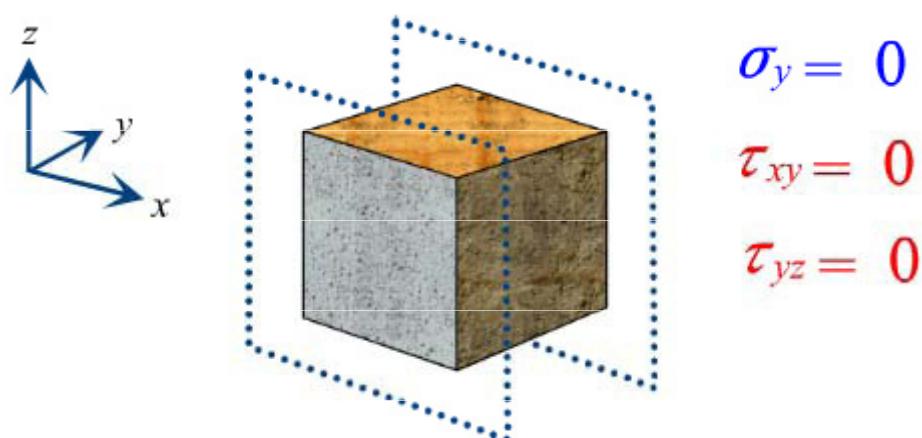
[u, v, w は各方向の変位成分]

2.3 平面応力場・平面ひずみ場
(a) 平面応力状態

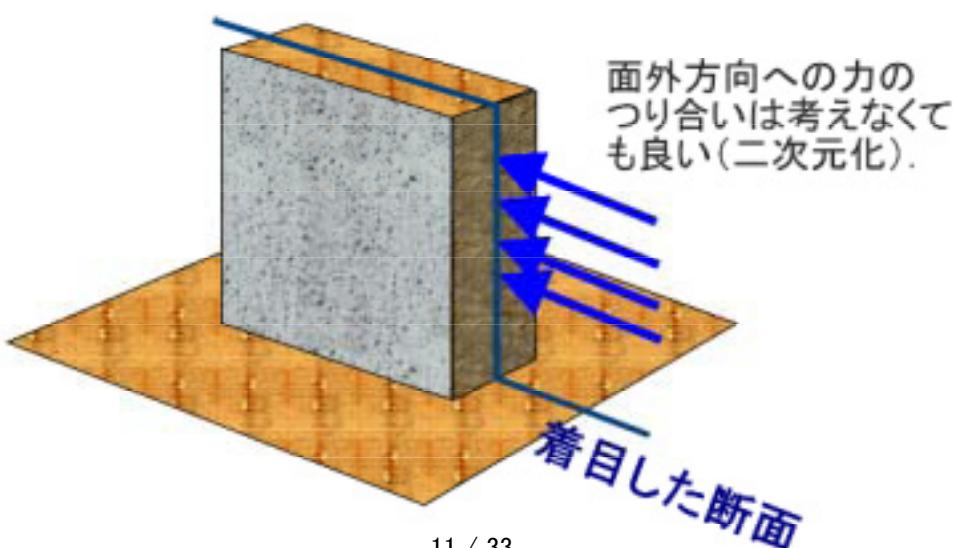
三次元の問題を、
二次元に簡略化できないか。



二面に作用する力がゼロの場合、
その面に関連する応力を無視できます。

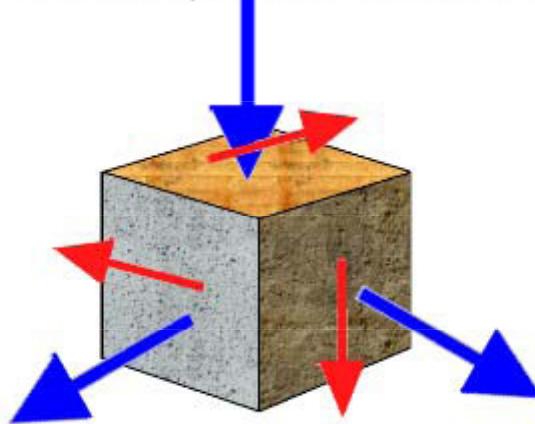


| 平面応力状態 | といいます。

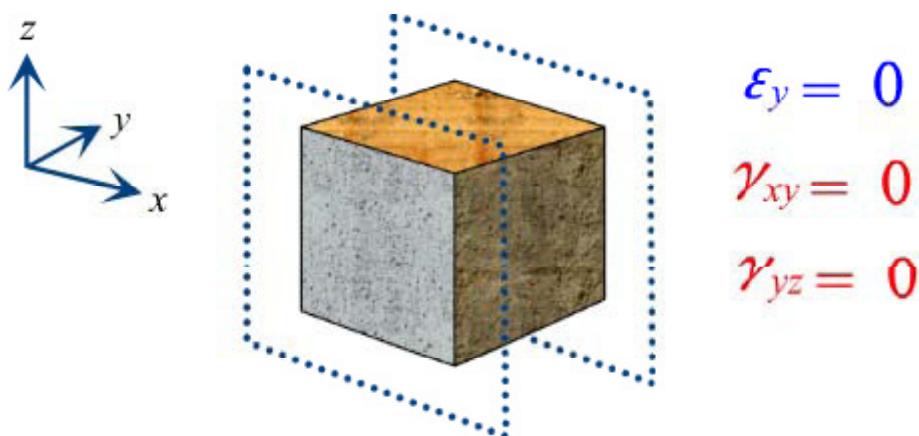


2.3 平面応力場・平面ひずみ場
(b) 平面ひずみ状態

三次元の問題を、
二次元に簡略化できないか。



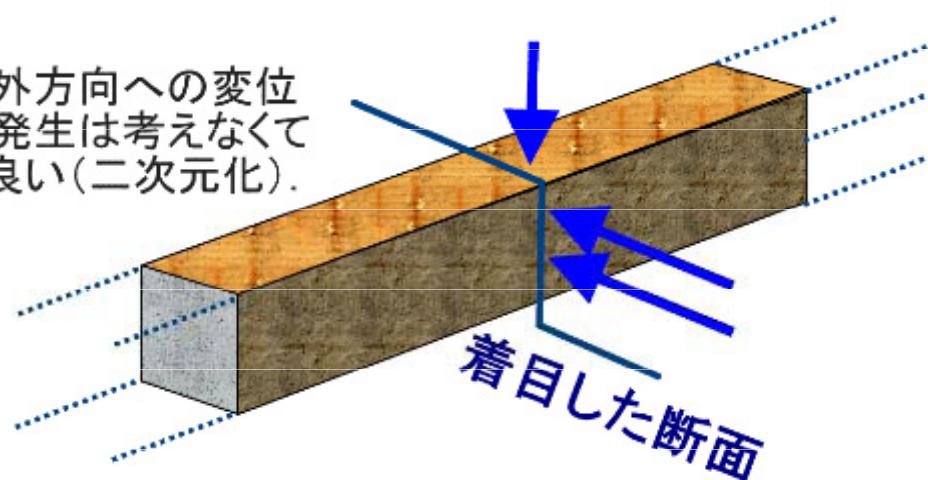
二面に垂直な変位がゼロの場合、
その面に関連するひずみを無視できます。



「平面ひずみ状態」といいます。

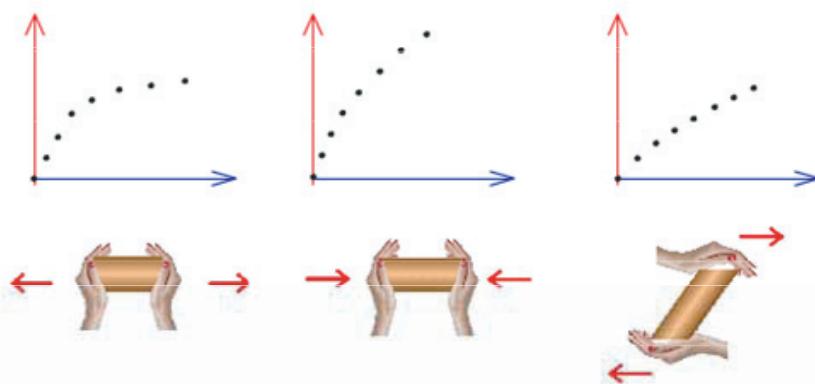
<無限に長い奥行き>

面外方向への変位
の発生は考えなくて
も良い(二次元化)。



3.1 応力ーひずみ関係とは
(a) 応力ーひずみ関係の意味

応力 : σ



同じ材料でも、多様な応力ーひずみ関係が考えられる。

独立な応力成分6つとひずみ成分6つとを関連付ければよい。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

(材料により異なるマトリクス)

応力ーひずみ関係の実験事実を、このように数学的に記述したもの = 構成則

3.1 応力ーひずみ関係とは
(b) 固体の変形解析で重要な3法則

①力のつりあい式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0$$

②ひずみの適合条件

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

③応力ーひずみ関係 (構成則)

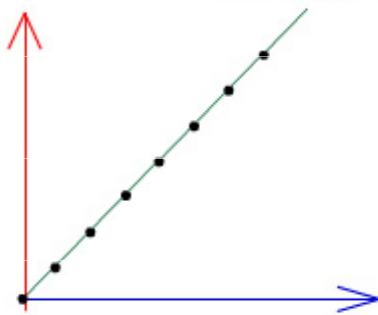
$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{zx} \end{pmatrix}$$

未知数：応力6成分、ひずみ6成分、変位3成分 ⇒ 計15成分。
方程式の個数：つり合い式3、適合条件6、構成則6 ⇒ 計15。

これらを連立して、所定の初期値・境界値条件のもとに解けば、厳密解が得られる。

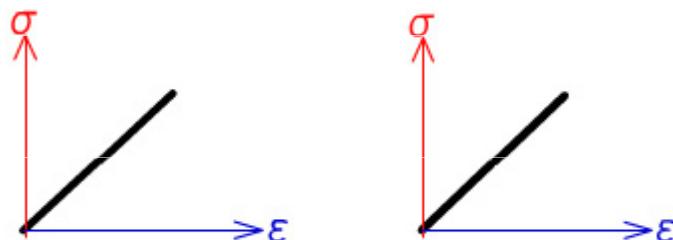
3.2 線形弾性体の応力ーひずみ関係
(a) 線形弾性体

応力とひずみ
が比例関係



このような材料を
「線形弾性体」という。

3kN載荷⇒1kN除荷 2kN載荷のみ



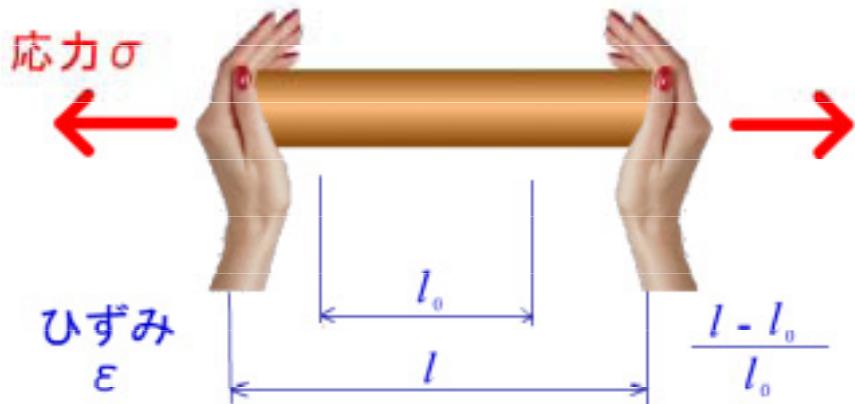
どちらの載荷プロセス
による結果も同じ。

「載荷⇒除荷」で元の形状に戻る性質



『弾性』 という。

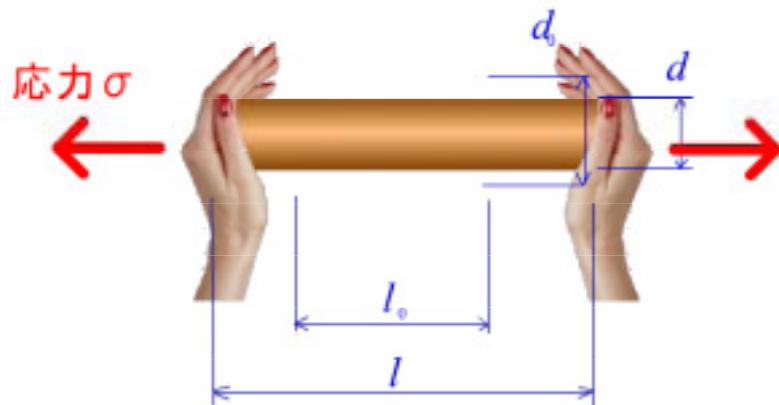
3.2 線形弾性体の応力ーひずみ関係
(b) ヤング率とポアソン比



$$\frac{\text{応力} \sigma}{\text{ひずみ} \epsilon} = \text{ヤング率} E$$

(変形のしやすさを表す係数)

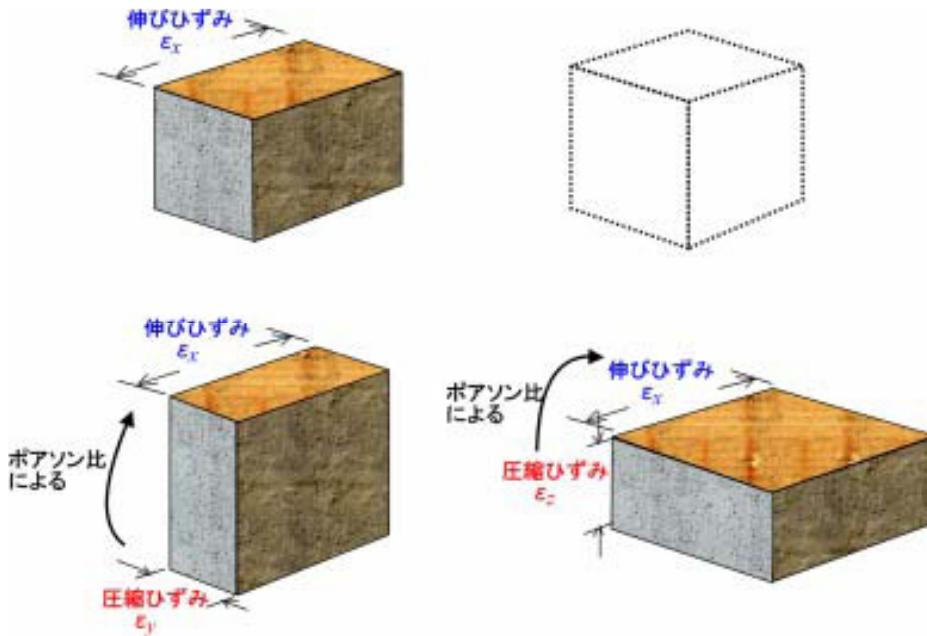
(縦に引けば、横が縮む。
縦に押せば、横が伸びる。)



$$\frac{\text{縮みひずみ} \frac{d_0 - d}{d_0}}{\text{伸びひずみ} \frac{l - l_0}{l_0}} = \text{ポアソン比} \nu$$

縦方向と横方向のひずみの比率
(絶対値：通常0~0.5)

3.2 線形弾性体の応力ーひずみ関係
(c) フックの法則

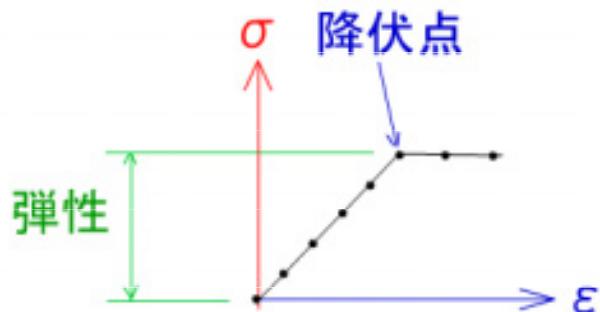


$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

3.3 弾塑性体の応力-ひずみ関係
(a) 弹性と塑性

このような単純な弾塑性材料を、



「弾完全塑性体」という。

「載荷⇒除荷」で元の形状に戻る性質

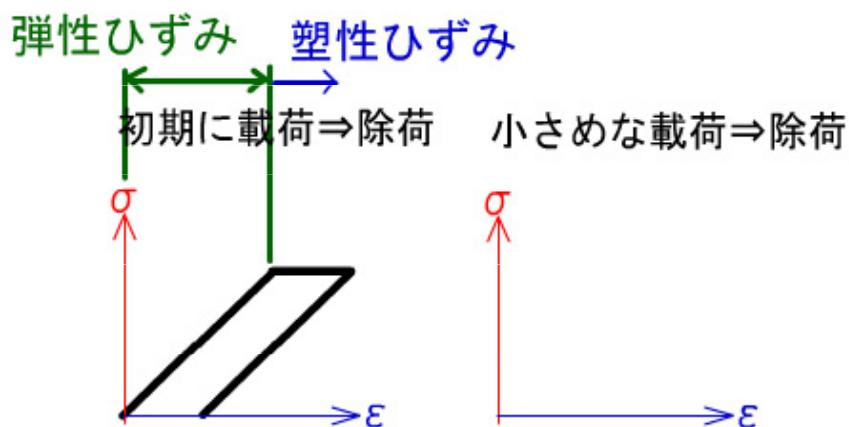


『弹性』といった。

逆に、元の形状に戻らない性質

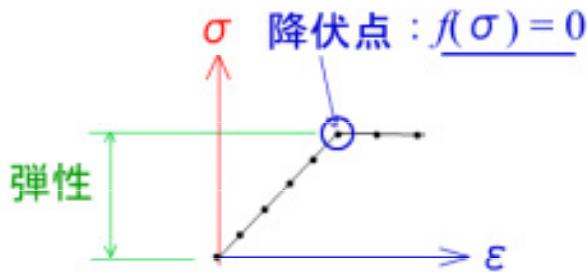


『塑性』という。



塑性化により残留ひずみ
が異なった結果となる。

3.3 弾塑性体の応力ーひずみ関係
(b) 降伏関数と硬化則



降伏するための応力の組合せを
数式で記述することができる。

Tresca の降伏条件 : $f = \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_Y$

von Mises の降伏条件 :

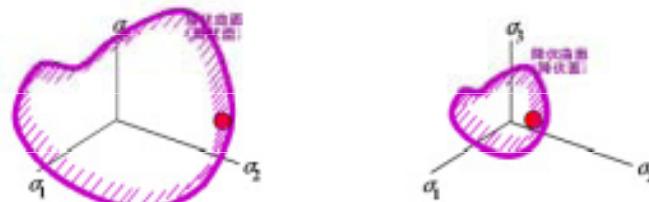
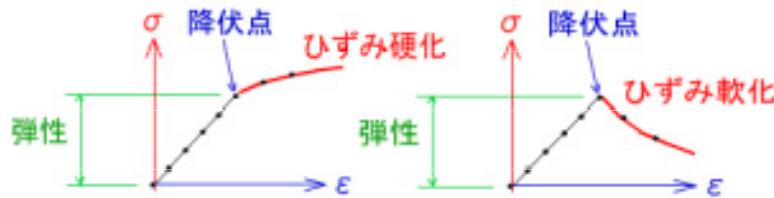
$$f = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} - \sigma_Y$$

Drucker-Prager の降伏条件 :

$$f = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} - \alpha(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \kappa$$

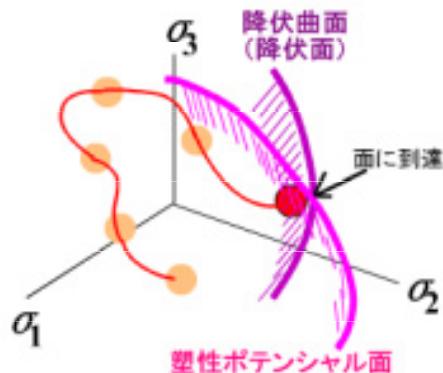
Mohr-Coulomb の降伏条件 :

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\phi - 2c\cos\phi$$

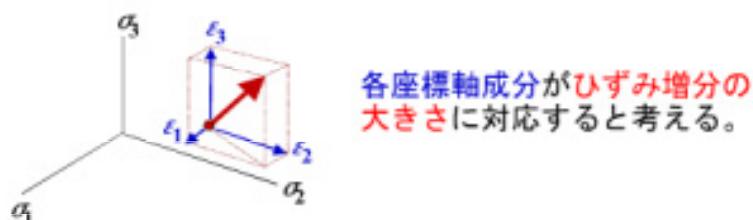


降伏曲面の大きさを塑性ひずみ等
の関数にして変化させればよい。

3.3 弾塑性体の応力ーひずみ関係
(c) 塑性ポテンシャルと流れ則

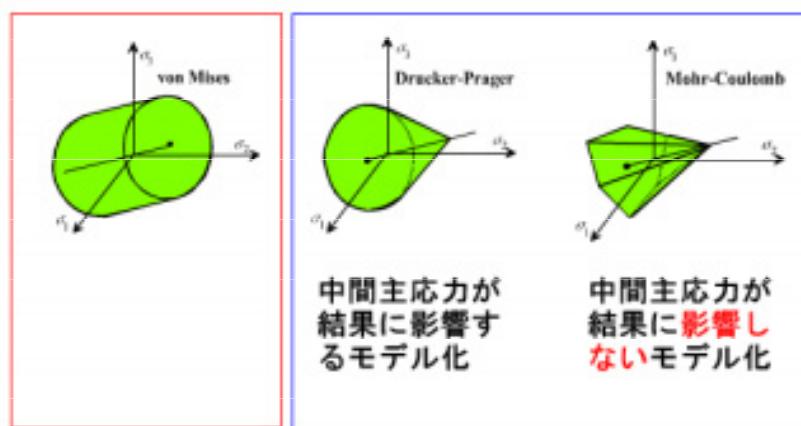


降伏後には、どんな変形が生ずるか。
(塑性ひずみ増分の方向)



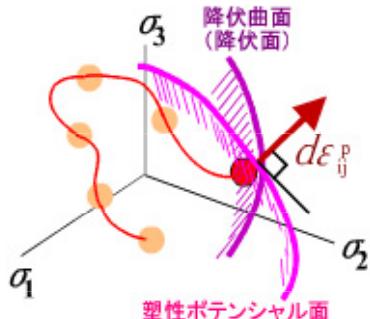
$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (d\lambda : \text{正の定数})$$

塑性ひずみ増分が求められる。



対象とする材料の特性に合った流れ則を採用すべき。

3.3 弾塑性体の応力-ひずみ関係
(d) 弾塑性マトリクス



以上の条件をもとに、具体的な
応力ひずみ関係を導出する。
↓
塑性化している条件下
での応力ひずみ関係

「塑性化している条件」とは何か。



負荷：塑性化し続けている。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$$

中立：両者の中間的な状態。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0$$

除荷：弾性状態へ戻る。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0$$

$$df = 0$$

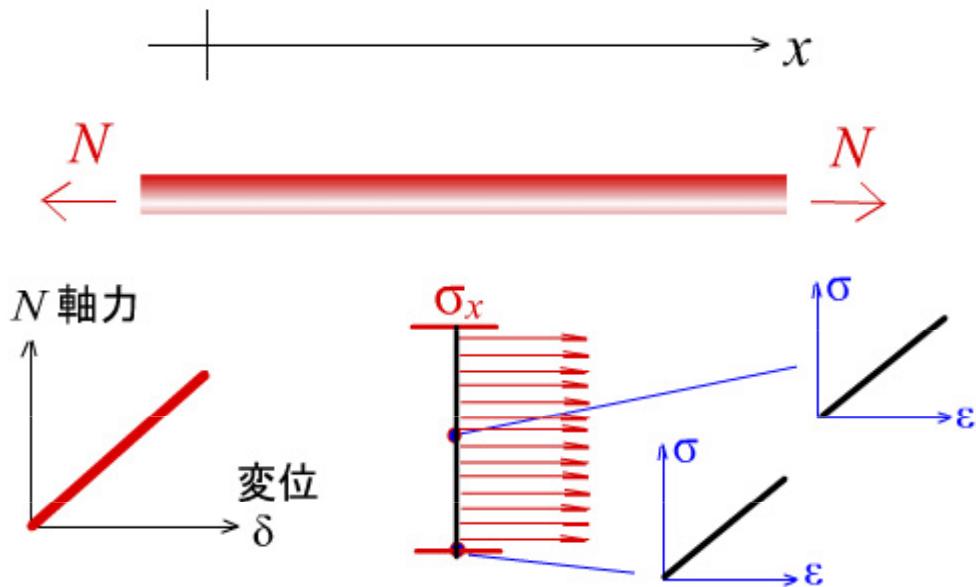
$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl}$$

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$d\sigma_{ij} = \left[D_{ijkl} - \frac{D_{ijpq} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnkl}}{\frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \epsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}}} \right] d\epsilon_{kl}$$

4.1 棒の引張り
(a) 弾性挙動

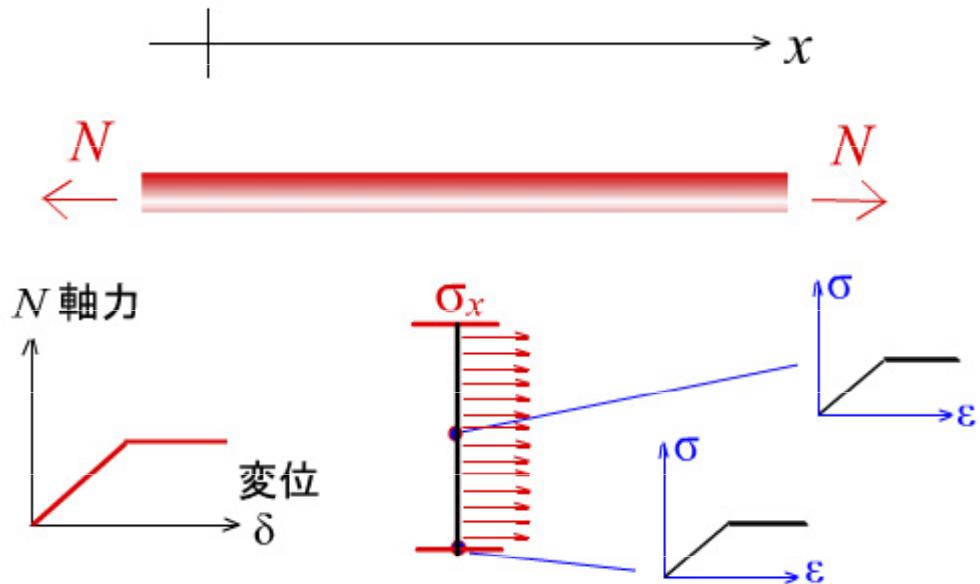
x 軸方向の応力・ひずみに着目



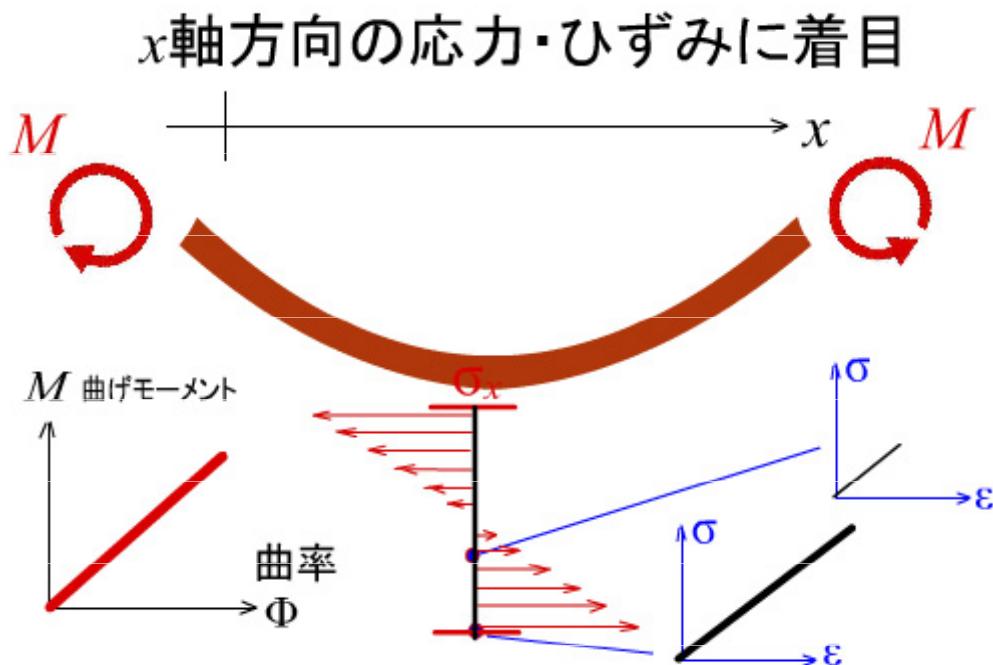
線形弹性体の場合、軸力–変位関係、各点の応力–ひずみ関係、ともに線形関係となる。

4.1 棒の引張り
(b) 弹塑性挙動(弾完全塑性体の場合)

x 軸方向の応力・ひずみに着目



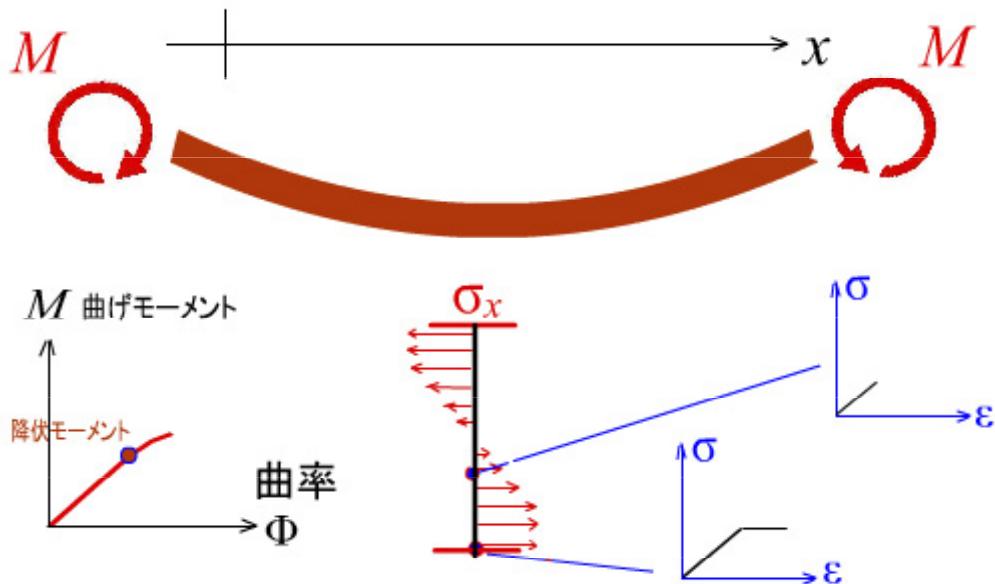
弾完全塑性体の場合、軸力-変位関係、
各点の応力-ひずみ関係、
ともに降伏点で頭打ちの曲線となる。

4.2 梁の曲げ
(a) 弾性挙動

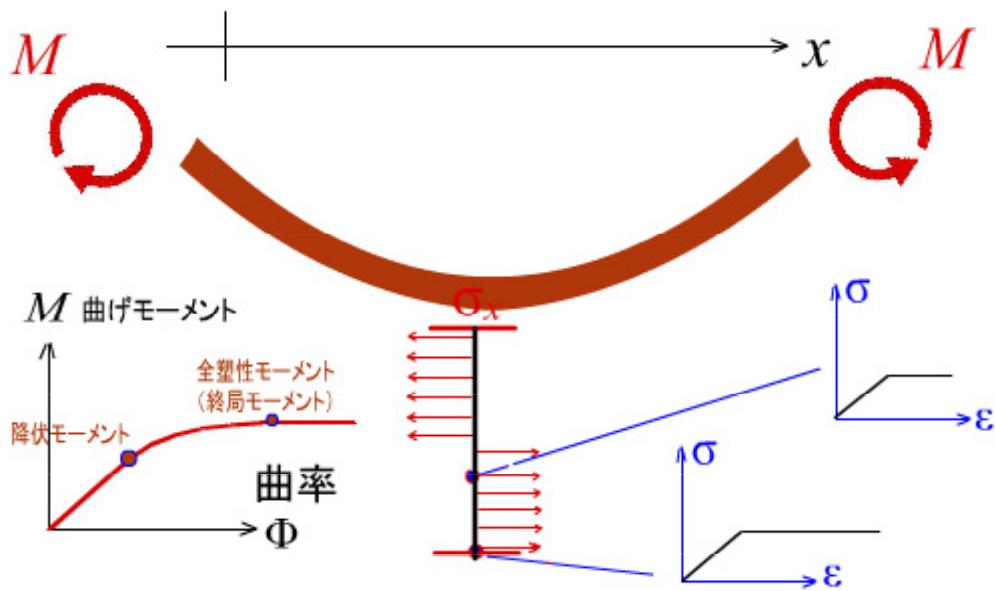
線形弾性体の場合、曲げモーメント-曲率関係、各点の応力-ひずみ関係、ともに線形関係となる。

4.2 梁の曲げ
(b) 弾塑性挙動(弾完全塑性体の場合)

x 軸方向の応力・ひずみに着目



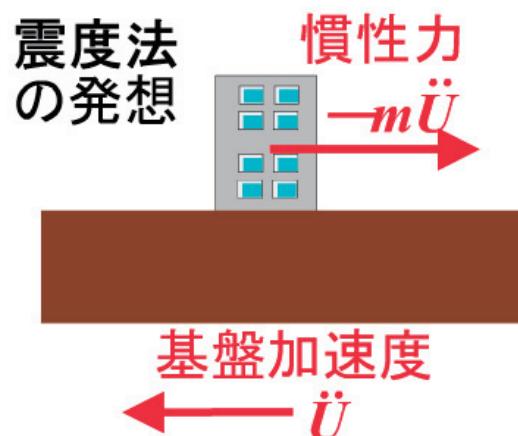
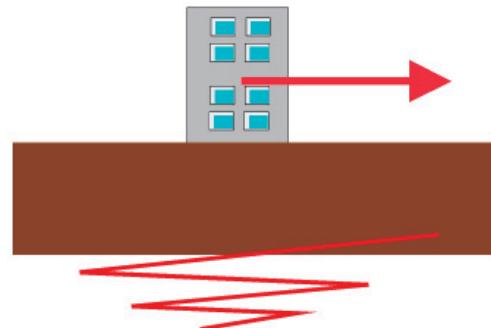
x 軸方向の応力・ひずみに着目



弾完全塑性体の場合、曲げモーメント-曲率関係は非線形に、各点の応力-ひずみ関係は降伏点で頭打ちとなる

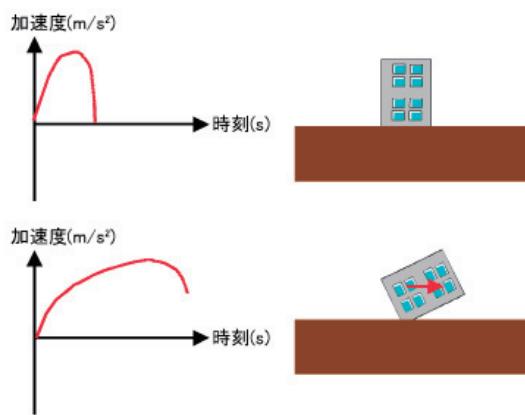
5.1 時間領域と周波数領域
(a) 最大加速度だけでは議論できない

地震時の構造物被害は、地震動による慣性が原因



しかし、最大速度だけで耐震設計を行うのはおかしい。
慣性力の大きさと作用方向は、時々刻々と変化している。

端的な例(最大加速度は同じだが……)



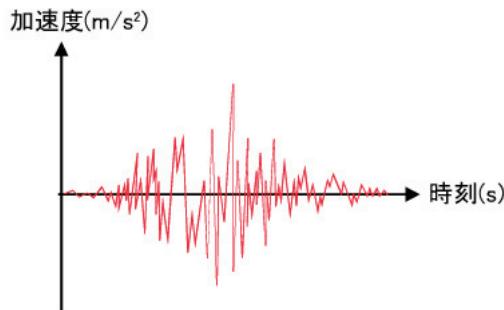
地震波形の周期(周波数)も重要。

5.1 時間領域と周波数領域
(b) 地震波のスペクトル

地震波形の表示方法

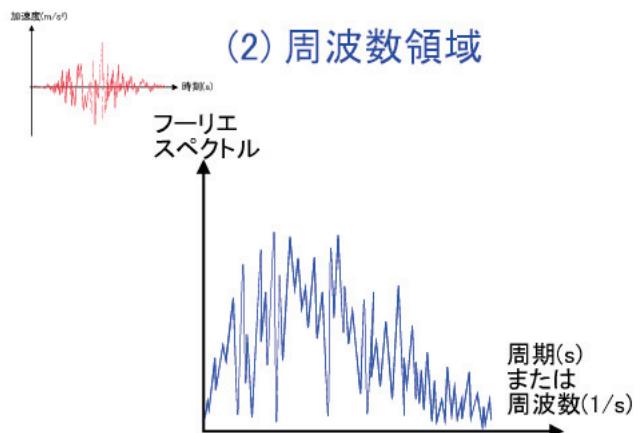
1. 地震領域の表示(通常)
2. 周波数領域の表示

(1) 時間領域

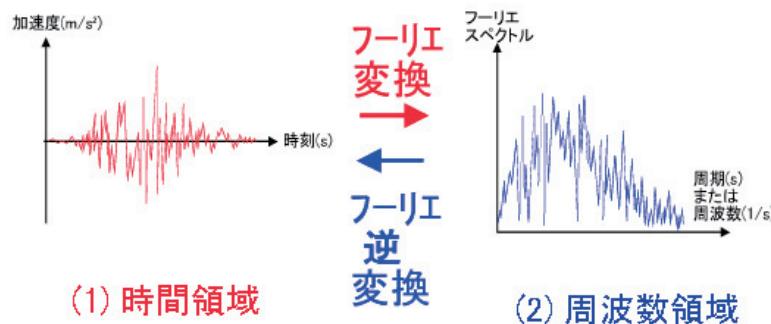


時間とともに加速度がどう変化するかを記述したもの。

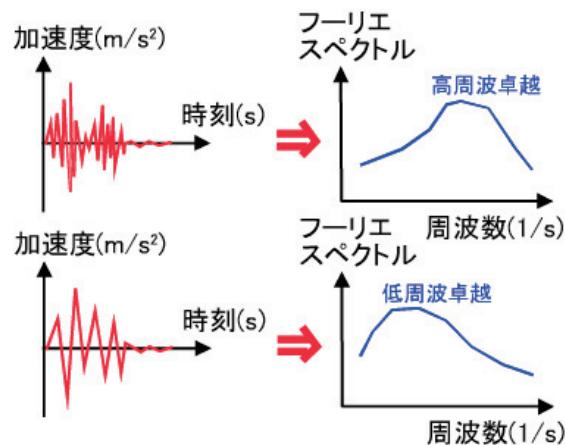
(2) 周波数領域



含まれる波形成分の量を周波数毎に記述したもの。

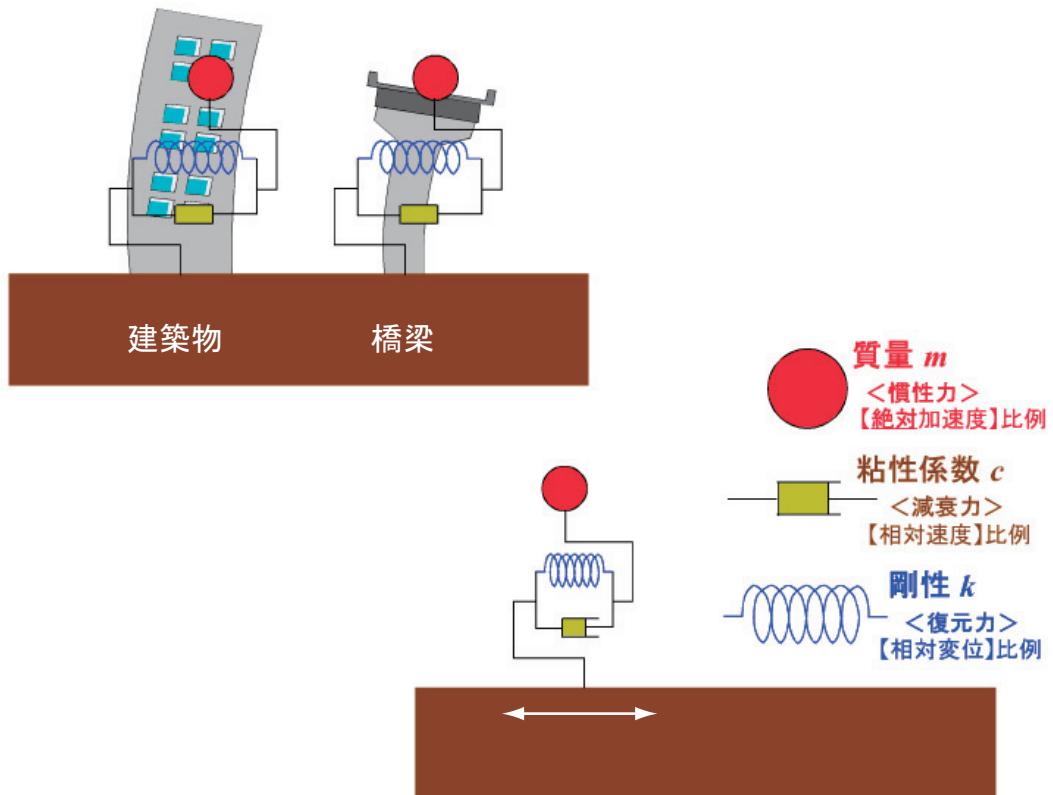


端的な例



5.2 一質点系の振動
(a) 一質点系の振動方程式

大地震発生



$$m(\ddot{u} + \ddot{U}) + c\dot{u} + ku = 0$$

u : 基盤に対する相対変位

U : 基盤の絶対変位

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} \quad \ddot{u} = \frac{d^2u}{dt^2}$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{U}$$

一自由度系の振動方程式
(最も簡単な質点系モデル)

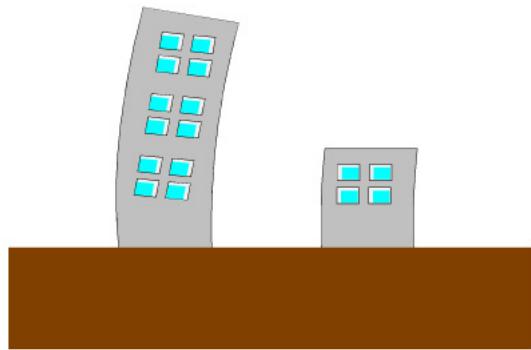
これを解けば、固有周期等
基本的概念が誘導される。

5.2 一質点系の振動
(b) 固有周期と共振現象

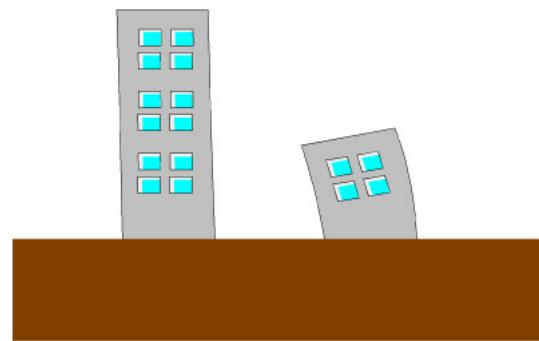
個々の構造物には、揺れやすい振動周期が存在する → 固有周期

高さ(形状)の異なる構造物の地震応答の比較

地震動の周期が長い場合



地震動の周期が短い場合

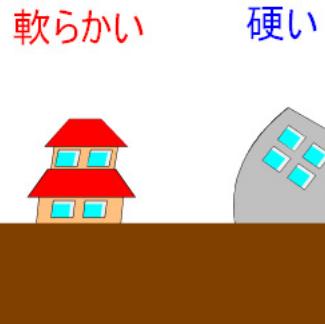


硬さ(剛性)の異なる構造物の地震応答の比較

地震動の周期が長い場合

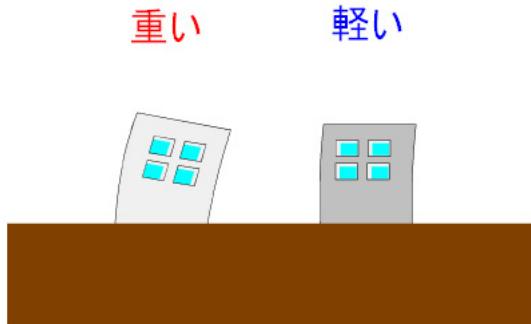


地震動の周期が短い場合

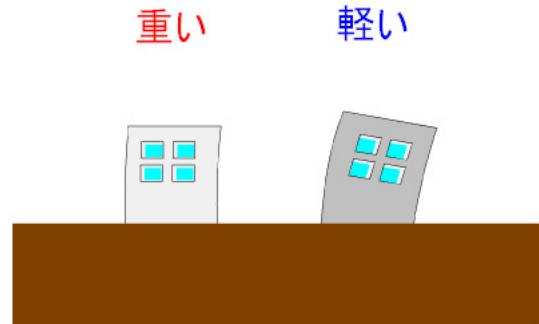


重さ(質量)の異なる構造物の地震応答の比較

地震動の周期が長い場合



地震動の周期が短い場合



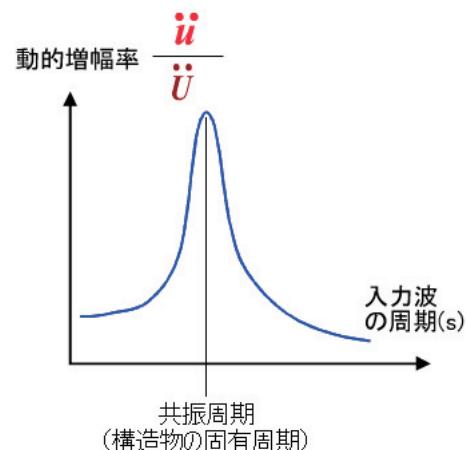
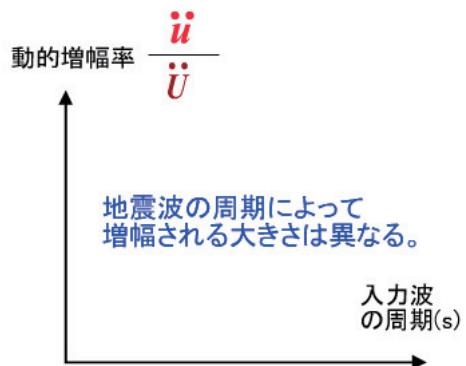
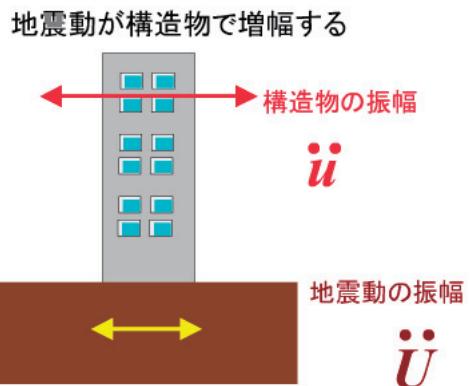
5.2 一質点系の振動
(b) 固有周期と共振現象

地盤にも固有周期は存在する

硬さ(ヤング率)の異なる構造物の地震応答の比較



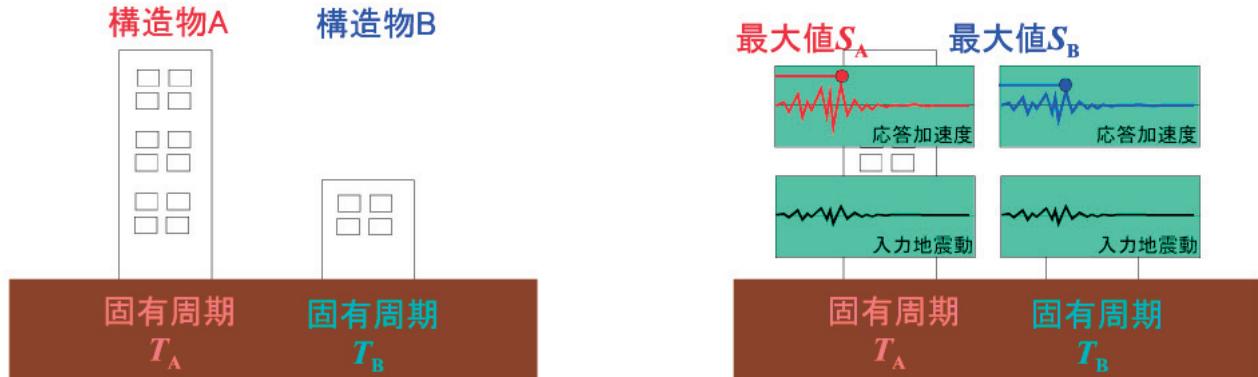
地震動の振動周期と構造物の固有周期が近いと、振動が大きく増幅される → 共振現象



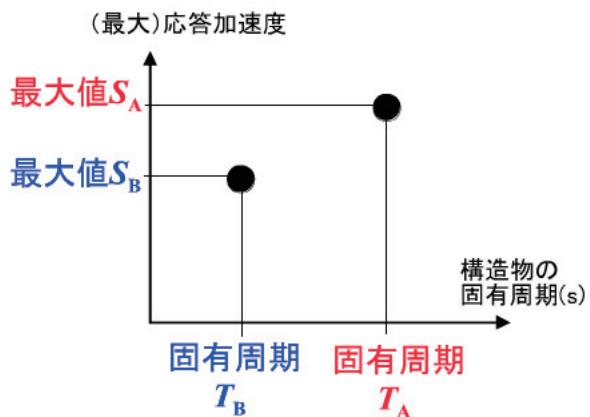
5.2 一質点系の振動
(c) 応答スペクトル

個々の構造物ごとに固有周期は異なる。

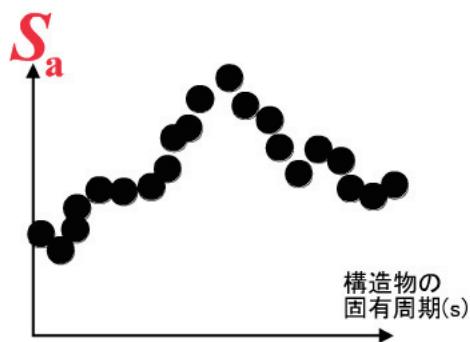
ある地震波形に対する応答は、構造物ごとに異なる。



同様に、あらゆる固有周期の構造物もプロットする。



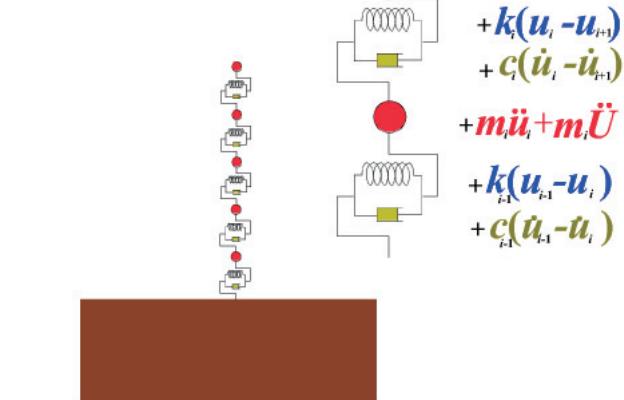
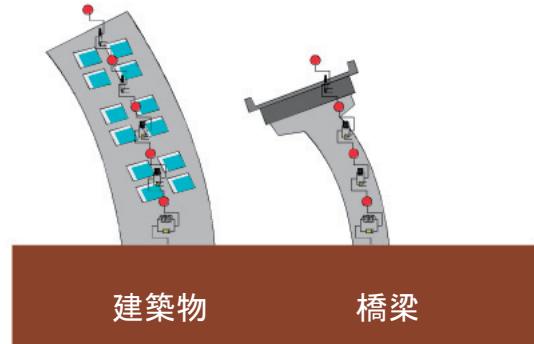
速度応答スペクトル、変位応答スペクトルも同様。



加速度応答スペクトル

5.3 多質点系の振動
(a) 多質点系の振動方程式

大地震発生



$$(0 \quad m_i \quad 0) \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_i \end{Bmatrix} + (-c_i \quad c_i + c_{i+1} \quad -c_{i+1}) \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_{i+1} \\ \dot{u}_{i+1} \end{Bmatrix} + (-k_{i+1} \quad k_i + k_{i+1} \quad -k_i) \begin{Bmatrix} u_i \\ u_{i+1} \\ u_{i+1} \end{Bmatrix} = -(0 \quad m_i \quad 0) \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{U} \\ \ddot{U} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \end{Bmatrix}$$

この方程式をすべての質点に
対して立て、整理すると、

多自由度系の振動方程式

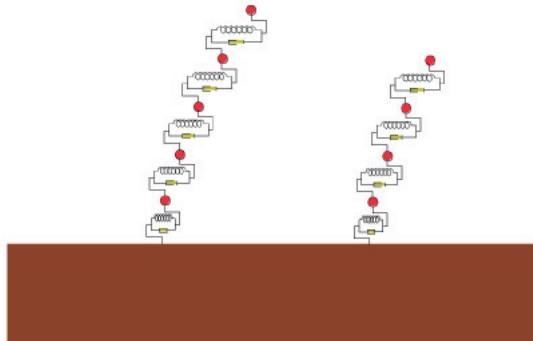
5.3 多質点系の振動
(b) 時刻歴解析とモード解析

多質点系の振動方程式の主な解き方

1. 時刻歴解析

振動方程式を時間差分計算する。

振動方程式を時間差分計算する。

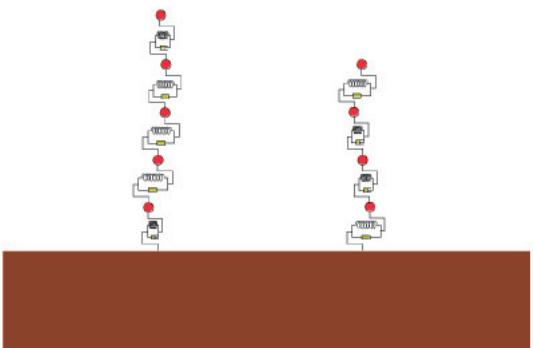


$$[\mathbf{M}] \{\ddot{u}\} + [\mathbf{C}] \{\dot{u}\} + [\mathbf{K}] \{u\} = -[\mathbf{M}] \{\ddot{v}\}$$

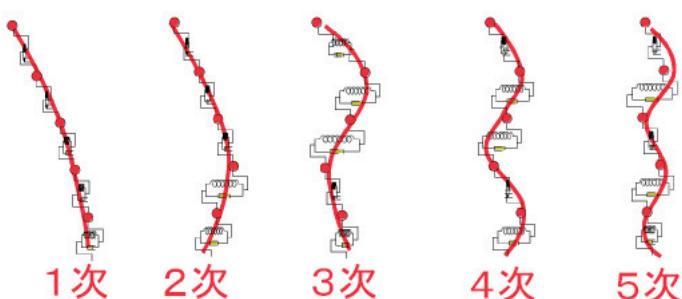
Newmarkの β 法などが有名。

1. モード解析

一見、複雑に見える振動現象



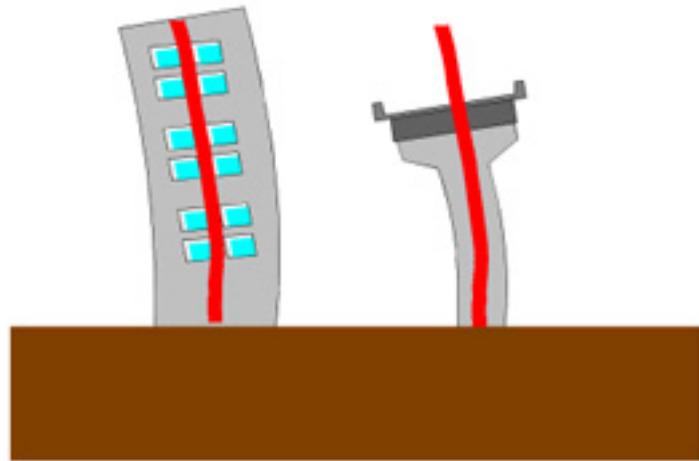
振動モードの重ね合わせで表現可能。



固有振動モード =マトリクスの固有値解析

各固有振動モードの増幅の重ね合わせにより構造物の最大応答を知ることが出来る。

6.1 連続体の振動
(a) 片持ち梁の曲げ振動



片持ち梁の振動

梁の基礎式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = q$$

慣性力

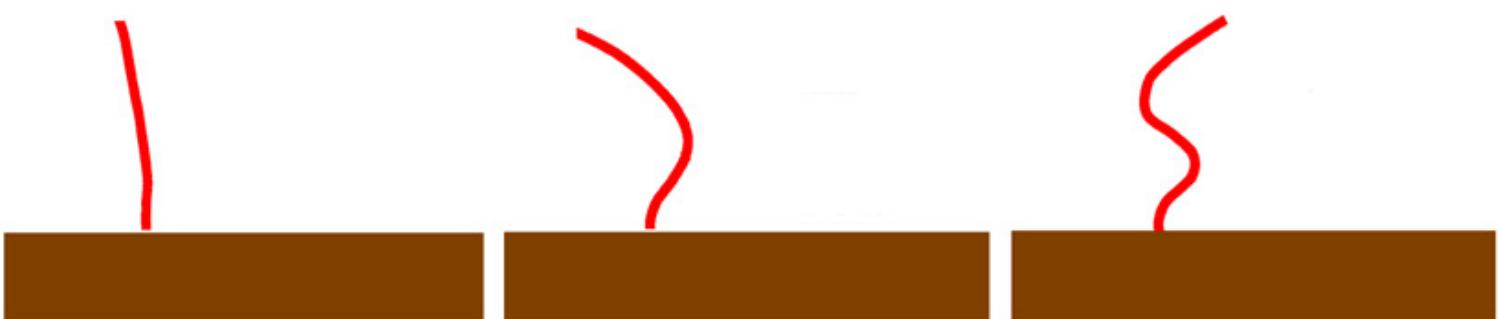
$$q = -\frac{\gamma A}{g} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)$$

梁の振動方程式

$$-\frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

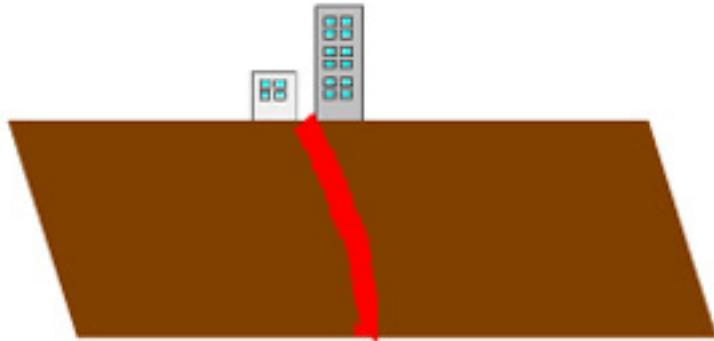
固有値

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{\gamma A \omega^2}{g EI}}$$

1次固有周期 $\beta \cdot l \approx 1.88$ 2次固有周期 $\beta \cdot l \approx 4.69$ 3次固有周期 $\beta \cdot l \approx 7.85$

4次固有周期以上は省略。

6.1 連続体の振動
(b) 地盤のせん断振動



弾性体のせん断振動



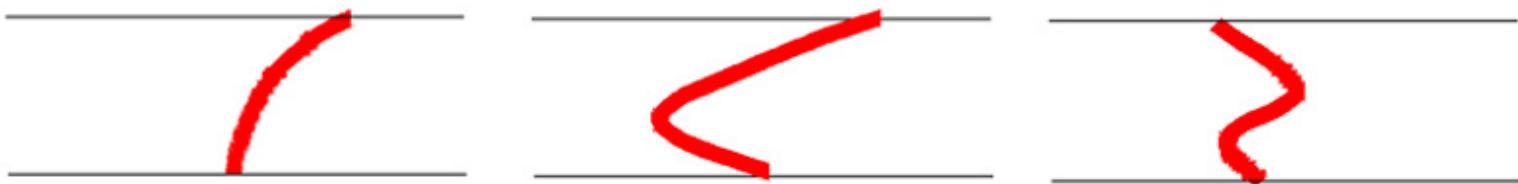
一次元波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$V_s = \sqrt{G / \rho} \quad : S\text{ 波速度}$$

固有周期

$$T = \frac{4H}{V_s} \times \frac{1}{2n-1} \quad (n=1,2,\dots)$$



1次固有周期

$$T \cdot V_s / (4H) \approx 1.00$$

2次固有周期

$$T \cdot V_s / (4H) \approx 0.33$$

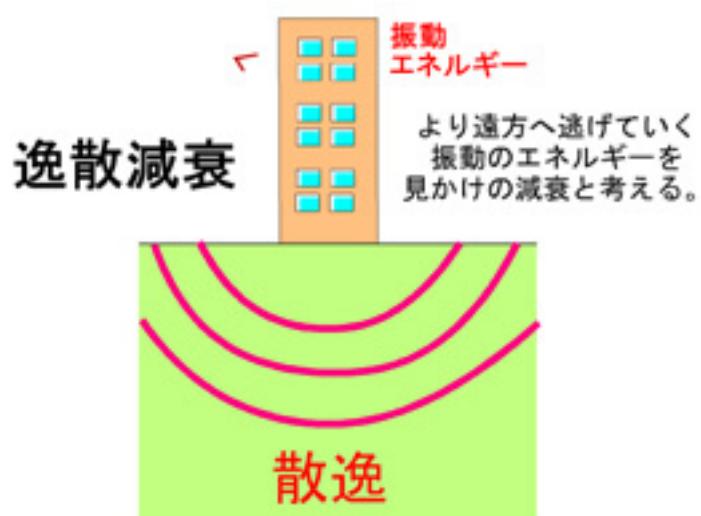
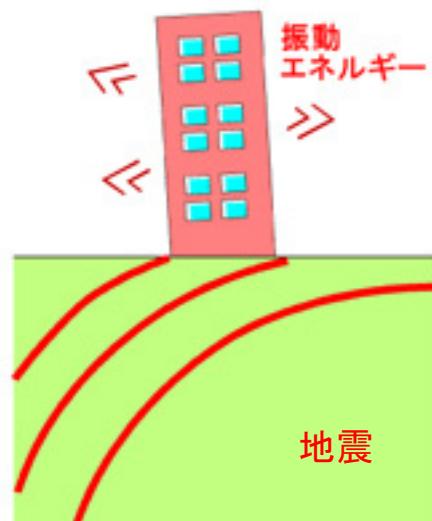
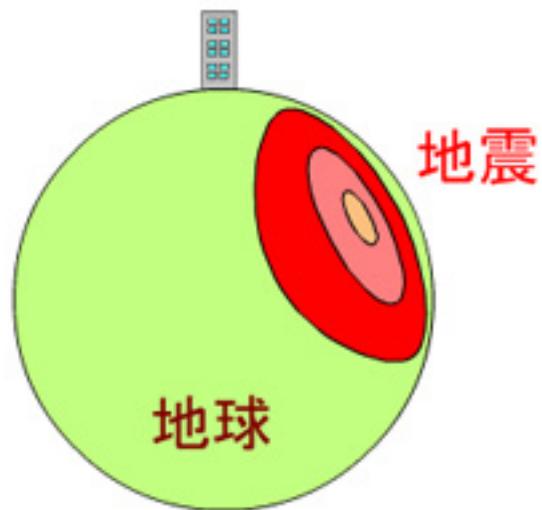
3次固有周期

$$T \cdot V_s / (4H) \approx 0.20$$

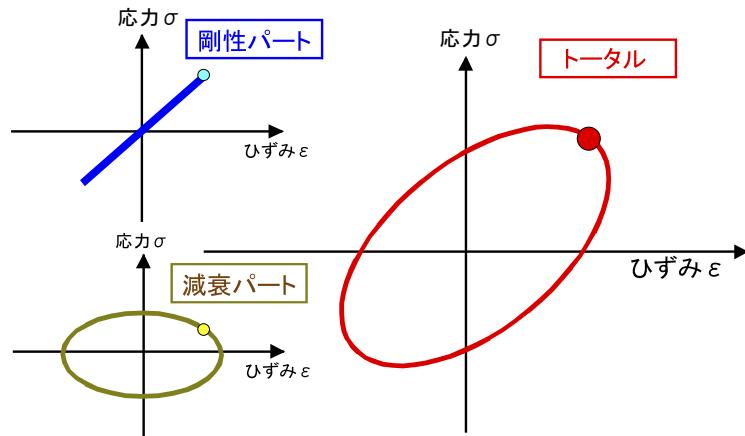
4次固有周期以上は省略。

6.2 減衰特性のモデル化

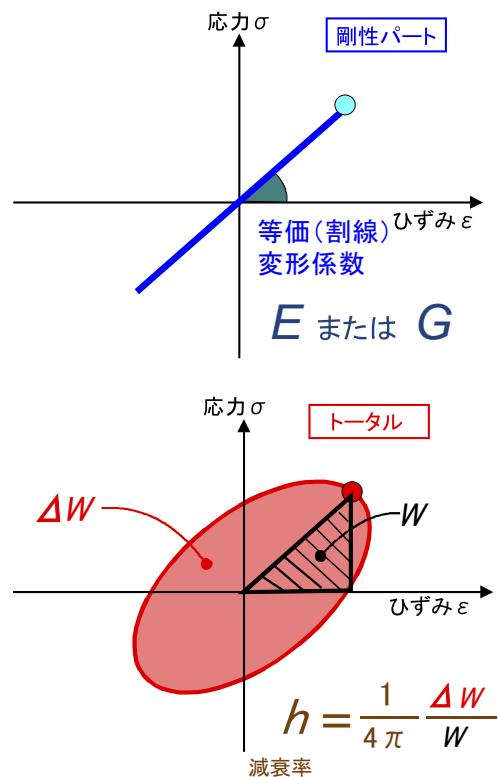
(a) 逸散減衰



6.2 減衰特性のモデル化
(b) 内部減衰(その1)粘性減衰



粘性減衰系の応力ひずみ関係の模式図



実際の材料の動的変形特性に合う
変形係数（弾性係数）と減衰率を設定すべき。

粘性減衰によく用いられるモデル

Rayleigh減衰

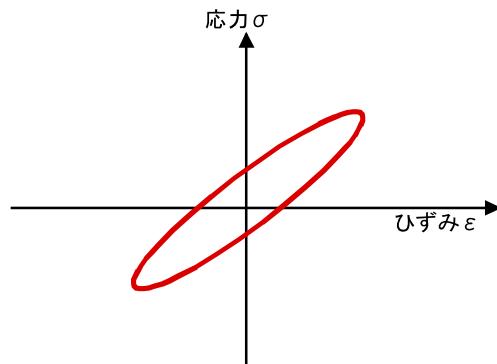
$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$$

減衰
マトリクス 質量
マトリクス 剛性
マトリクス

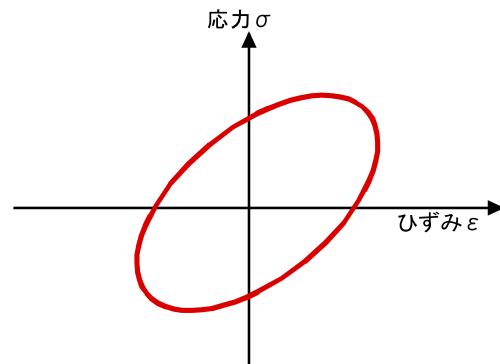
対象材料の減衰率 h に対応する α と β を設定する。

6.2 減衰特性のモデル化
(c) 内部減衰(その2)履歴減衰

粘性減衰

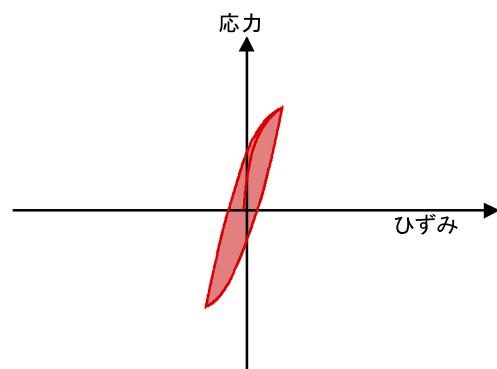


ゆっくり載荷の場合

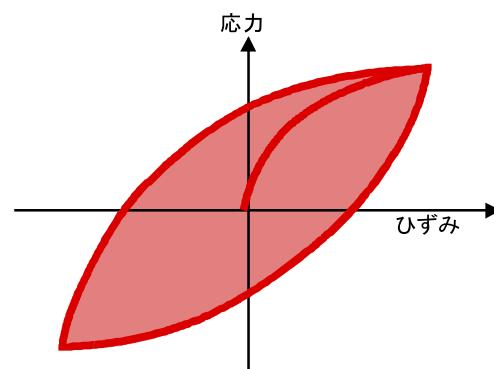


急な載荷の場合

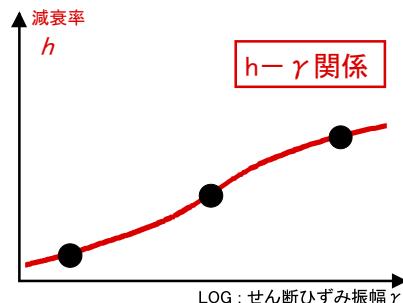
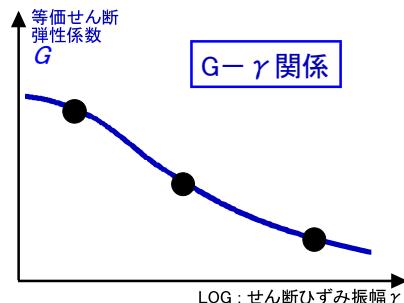
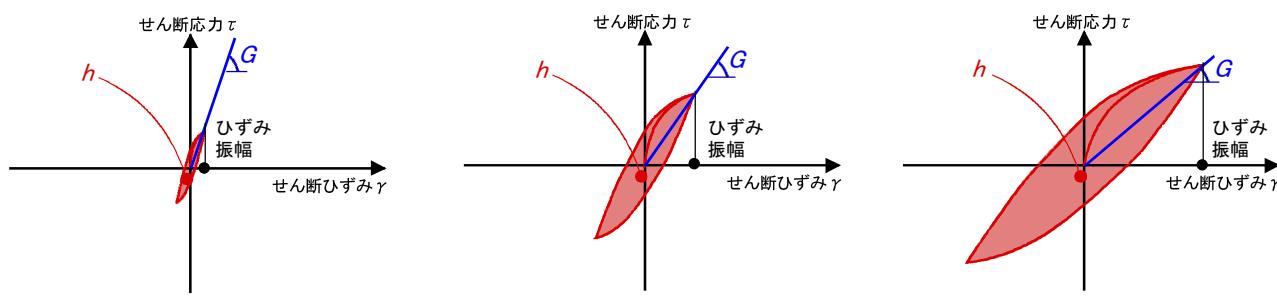
履歴減衰（非粘性型の減衰）



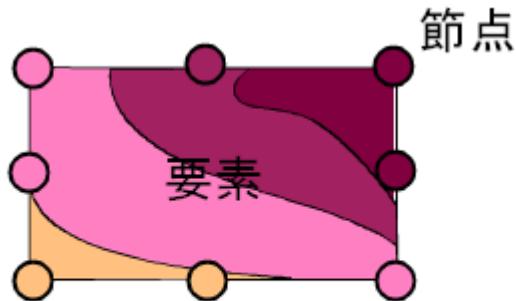
小ひずみ振幅の場合



より大きなひずみ振幅の場合

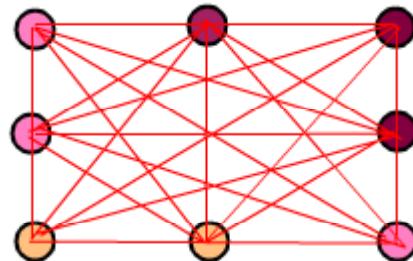


7.1 有限要素法とは
(a) 有限要素法とは



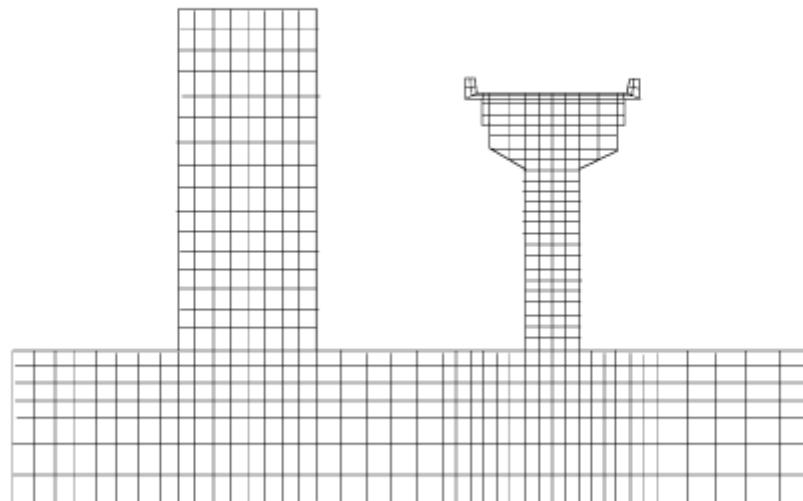
求めるべき物理量の要素内分布

これを節点における値で離散化する。



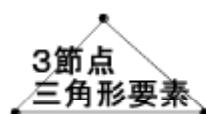
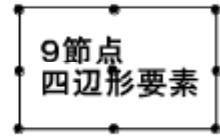
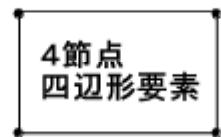
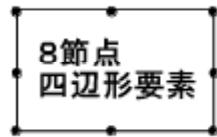
物理法則を数式化

各要素の数式を連立させて、全体系を解く。



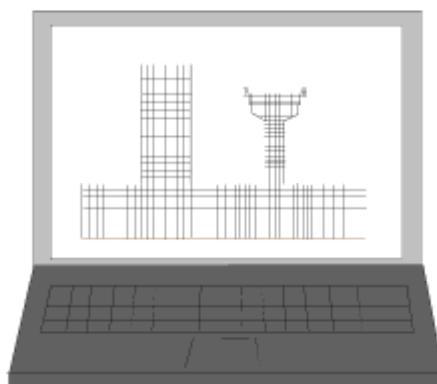
有限要素法(FEM)

7.1 有限要素法とは
(b) 数値計算である



いろいろな形状、節点数を持つ要素を選択できる。

誤差最小化のためには、適切な選択が望ましい。

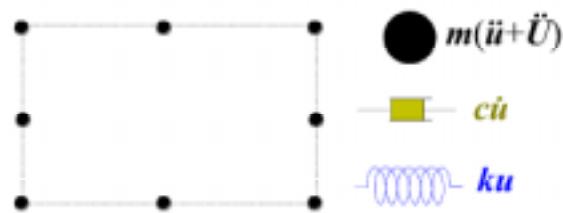


大規模行列の演算が必要。

大容量、高速の計算機が必須である。

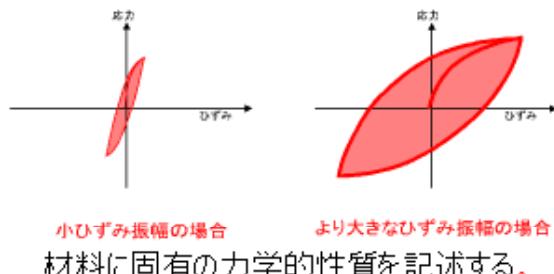
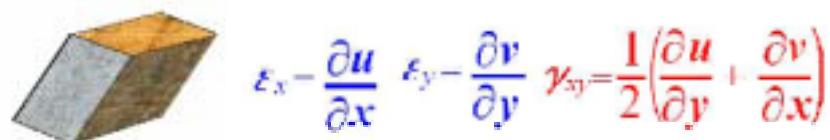
7.2 動的弾塑性有限要素法

(a) 力学モデル



$$[\boldsymbol{M}] \ddot{\boldsymbol{u}} + [\boldsymbol{C}] \dot{\boldsymbol{u}} + [\boldsymbol{K}] \boldsymbol{u} = -[\boldsymbol{M}] \ddot{\boldsymbol{v}}$$

運動方程式（力のつり合い条件）



材料に固有の力学的性質を記述する。

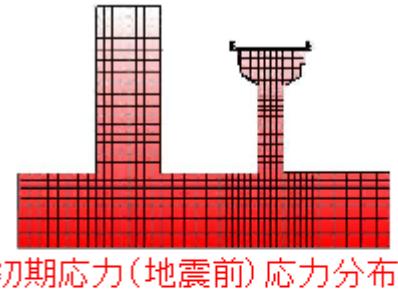


これらを、節点における「変位」を未知数にして、離散化する。

7.2 動的弾塑性有限要素法 (b) 解析の手順

地震応答解析の手順

【ステップ1】自重解析
(初期応力の算定)

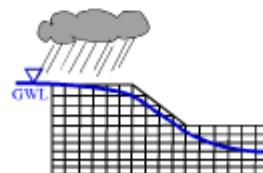


初期応力(地震前)応力分布

<他に考慮すべき条件の例>



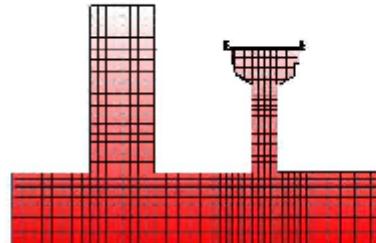
施工過程・圧密など



地下水位(先行降雨など)

地震応答解析の手順

【ステップ2】動的解析
(地震動の入力)



出力情報の例

各節点の
「応答変位」「応答速度」「応答加速度」

各要素の
「応力」「ひずみ」

全体系の
「変形性状」「応力分布図」「ひずみ分布図」

地震動(水平、鉛直)