中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

第1章 手法の概要と課題

1.1 地盤震動解析の必要性

構造物はいうまでもなく地盤上,また地盤内に構築される.その耐震設計に必要な構造物の地震応答を求めるためには,構造物−地盤または構造物−基礎−地盤系の様に地盤との相互作用を考慮した応答解析を行わなければならない.ここで,相互作用とは,地盤と構造物という物性の大きく異なる媒質の境界での応力・変形の連続条件を満足するため,力の受け渡し,また変形の拘束が行われることを意味する.その相互作用の程度は,構造物を支持している地盤材料の特性,およびそれらに基づく地盤震動,特に非線形挙動の影響を強く受ける.構造物,例えば図−1.1 に示す杭基礎を有する構造物の地震応答を求めるためには,相互作用の考慮の程度に応じ地盤−基礎−地盤系のモデルは異なり,そのモデルに応じ構造物・基礎位置または基盤位置での入力地震動が必要になる.

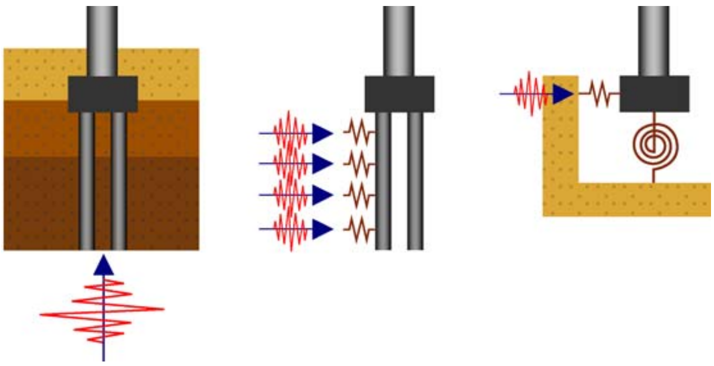
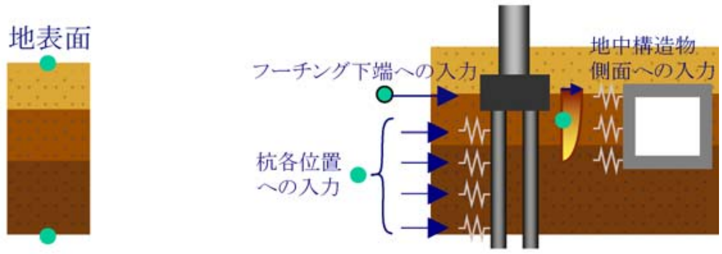


図 1.1 杭基礎−地盤系の震動解析モデル

一方,各種構造物の耐震設計に用いる入力地震動は,設計規準類,また断層の特性から構造物周辺地盤までの伝播媒質の特性を考慮して地震動波形を推定する手法などにより,図−1.2(a)に示す様に地表または基盤上にて規定されている.また,前述の杭基礎を有する構造物や地中構造物の耐震設計において,入力地震動の作用位置は,地盤−基礎−地盤系の全体系モデルを除き,図−1.2(b)に示す様に構造物側方となり,規定された位置の入力地震動を用いた地盤震動解析により,構造物の構築深度に対応する入力地震動の再評価を行うことが必要になる.

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授



a)設計などで規定される
入力地震動の設定位置

b)構造物の動的解析に用いる
入力地震動の設定位置

図 1.2 設計用入力地震動の規定位置と構造物への入力地震動の設定位置

さらに,構造物の地震時挙動は,構造物自体と構造周辺地盤の震動特性,特に周波数特性の相対的関係に支配されることからも,地盤の震動特性を正しく認識し,適切に評価することが重要となる.そのためには,対象地盤の構造や地盤材料の特性に関する情報に基づき,震動解析法,地盤材料の非線形特性,地盤構造モデルなどを適切に選定,また設定する必要がある.ここで,地盤構造は一般に地層構造や基盤層の不整形性や地盤物性の水平・鉛直方向の不均質性などを有しており,それらの程度に応じ,地盤媒質の変化を深度方向のみについて考慮する 1 次元モデル,水平方向の変化も考慮する 2,3 次元モデルなどが用いられる.また,地盤材料の非線形性への配慮に応じ,時間とともに地盤材料が変化する状態を評価する解析法,剛性を適切に調整することにより最大応答値を評価する解析法が選択される.ここで,前者は時間空間(領域)における解析法と呼ばれ YUSAYUSA2[1],FLIP[2]等の解析コードがよく知られている.後者は周波数空間(領域)の解析法と呼ばれ,SHAKE[3],FLUSH[4]等の解析コードがよく知られている.それら手法はそれぞれ特徴[5]を有しているが,地震断層近傍の強い地震動に対して表層地盤の地震応答を評価する際,地盤材料の強い非線形挙動,さらに地盤構造の不整形性の取り扱いの容易さが,解析手法の選択に対して重要となる.

ここでは,地盤震動の評価する上で配慮するべき事項や現状での課題,さらに最近の研究動向を把握することを目的とし,まず,震動解析で用いられる手法のうち最も基本的な 1 次元モデルについて,その基本的な考え方を示す.2 章以降で,その解析法を用いられる地盤材料の非線形特性,地盤構造モデル,減衰特性について,応答評価の課題などをふまえ述べる.

1.2 時間・周波数空間での定式化過程の概要

地盤の地震応答解析法には,有限要素法,境界要素法,差分法,波動論に基づく手法など種々の手法[5)]がある.それら手法の差異は,地盤内を地震波動が伝播する際の変位場に関する支配方程式,つまり波動方程式を解く際の空間軸及び時間軸方向の離散化過程の差異によっている.その離散化過程に応じて,時間空間での解析法,周波数空間での解析法がある.それぞれの差異を把握するため,1 次元地盤震動を対象とし,その支配方程式をまず誘導する.次に,時間・周波数空間上でのその離散化過程の概要を示す.ただし,地盤構造の不整形性や地盤材料の非線形性などの構造物周辺地盤の震動解析をする際に配慮するべき事項の考慮が容易であり,前述の設計などでよく用いられる解析コードの手法である有限要素法,および波動論的手法を対象として示す.

1) 1次元地盤震動における支配方程式

1 次元とは図-1.3 に示す様に‘地盤構造が水平成層をなす’言い換えれば,水平方向(x 方向)には地盤媒質は均質であり,深度方向(z 方向)にのみ地盤媒質が変化することを意味している.さらに,その地盤内での地震波の伝播特性として,‘S 波が鉛直下方より上方へ伝播する’,つまり地盤内,任意位置における変位の自由度 u は水平方向(x 方向)のみであることを意味する.

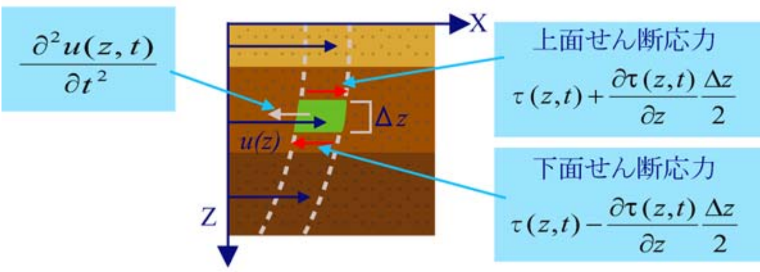


図 1.3 1 次元地盤震動モデル

図-1.3 に示した地盤内の微小四角形が地震波の伝播に伴い,図の様に平行四辺形の様に変形した際,その上・下面に作用するせん断応力は,その四角形の中心位置のせん断応力 $\tau(z,t)$ が深度方向になめらかに変化しているとすると図の様に表される.ここで,せん断応力は,時間 t と深度 z の関数である.さらに,その中心位置における地盤の水平変位を $u(z,t)$ とすると,その微小四角形に作用する慣性力の方向の加速度は図の

様に表される.ここで,その四角形の上・下面の面積を A,その密度を ρ とすると,任意時刻 t における上・下面に作用するせん断力と慣性力との力の釣り合いは式(1.1)の様に表される.その釣り合い式は式(1.2)の様な偏微分方程式に変形される.さらに,その式に,式(1.3)に示す応力-ひずみ関係,さらに式(1.4)に示すひずみの適合条件を代入することにより,式(1.5)に示す変位に関する偏微分方程式,つまり波動方程式を得ることができる.ここで,G は地盤のせん断剛性,V_S はせん断波速度を表す.

$$(\tau(z,t)+\frac{\partial\tau(z,t)}{\partial z}\frac{\Delta z}{2})A-(\tau(z,t)-\frac{\partial\tau(z,t)}{\partial z}\frac{\Delta z}{2})A-\rho A\Delta z\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}=0 \quad (1.1)$$

$$\rho\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}=\frac{\partial\tau(z,t)}{\partial z} \quad (1.2)$$

$$\tau(z,t)=G\gamma(z,t) \quad (1.3)$$

$$\gamma(z,t)=\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}=\frac{G}{\rho}\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}=V_S^2\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} \quad (1.5)$$

2) 時間空間での離散化過程

実際の地盤の地震応答は深さ方向に連続的に変化し,その変化は時間とともに連続的に変化している.時間空間での離散化過程とは,空間と時間についての 2 つの離散化過程を意味する.ここで,空間の離散化とは,後述する周波数空間での離散化と同様,図 1.4 に示す様に地盤を薄い水平層で深度方向に分割し,その層境界上で変位を離散的に規定することを示す.時間の離散化とは,図 1.4 に示す様に応答の時間変化を時間間隔 Δt の時刻毎,つまり離散的な時間で規定ことを示す.時間空間での離散化とは,周波数空間での離散化と異なる後者の時間の離散化過程を示す表現であり,地盤材料の非線形挙動の評価に必要な応答の時間変化を直接表現するための方法である.

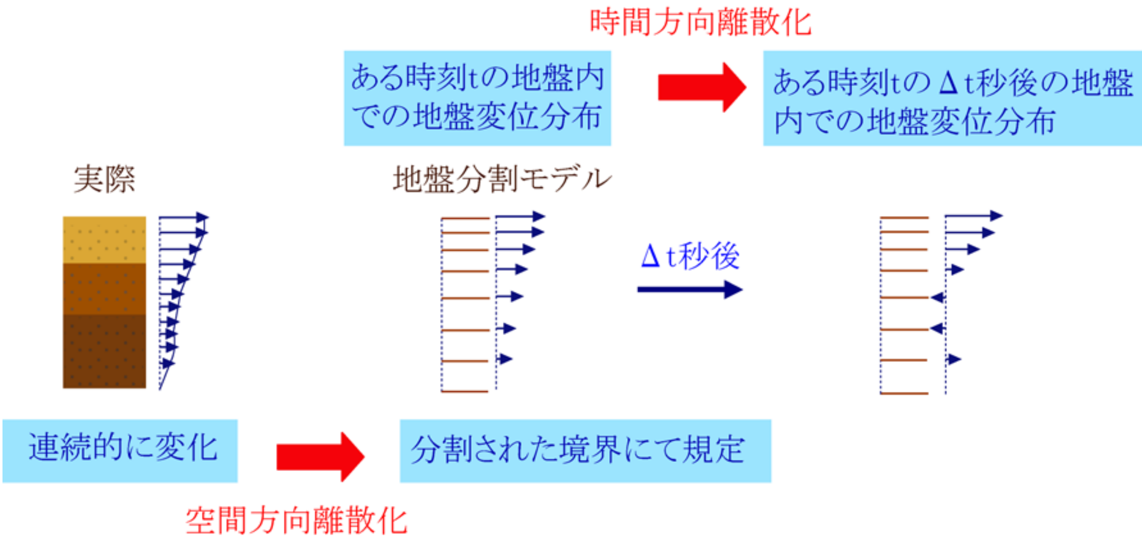


図 1.4 時間空間の離散化過程における 2 つの離散化
【 a)空間の離散化 , b)時間の離散化 】

まず,図 1.5 に示す様に地盤を薄い水平層で深度方向を,地表から基盤層の上面までを上から順に 1 から n 層まで分割する.ここで,i 番目の層内での応力-ひずみ関係が図 1.6 に示す曲線で表され,ある時刻 t_0 における応力 $\tau(t_0)$ とひずみ $\gamma(t_0)$ が既知であるとする.

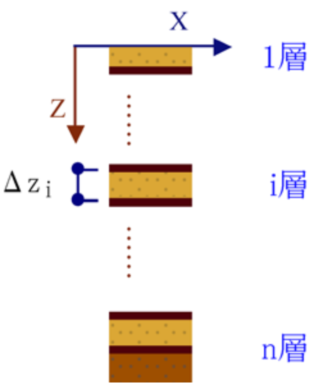


図 1.5 地層分割モデル

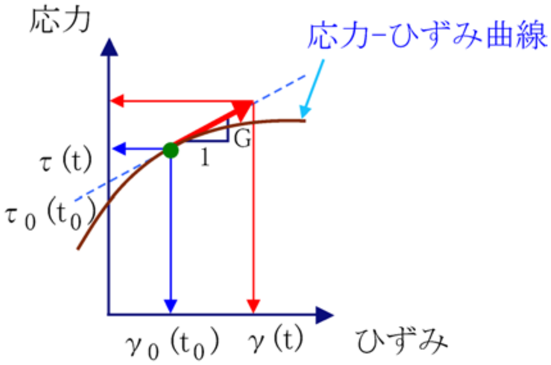


図 1.6 地盤材料の応力-ひずみ曲線と
時間変化に応じた応力,ひずみの変化

すると,その時刻よりΔt 秒後の時刻 t における応力 $\tau(t)$ とひずみ $\gamma(t)$ の関係は,式(1.6)のように表される.ここで,G はある時刻 t_0 における応力-ひずみ曲線のひずみに関する導関数つまり接線せん断剛性を表す.

$$\tau(t)=\tau(t_0)+G\{\gamma(t)-\gamma(t_0)\} \quad (1.6)$$

これを,式(1.2)に代入すると,ある時刻 t における変位場を支配する波動方程式が次式のように得られる.

$$\rho\frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2}=G\frac{\partial^2 u(t)}{\partial z^2}+\frac{\partial\{\tau(t_0)-G\gamma(t_0)\}}{\partial z} \qquad (1.7)$$

ここで,変位場は,各層の上・下面,つまり深度方向の離散的な位置で規定されるものとする.すると,i 層上面の位置,これを i 点とし,その点における変位場 $u(t)_i$ は図 1.7 に示す i-1 層と i 層の中心間の地層内での慣性力とせん断力の釣り合い条件を満足するものとする.

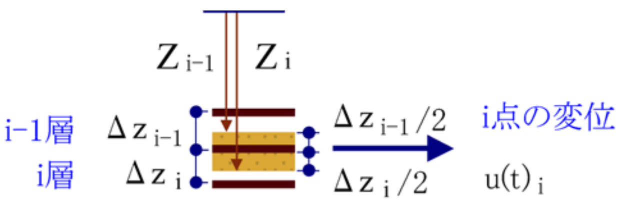


図1.7　i点における力の釣り合い評価領域

そのため,式(1.7)の任意深度に対する支配方程式を i-1 層の中心深度 Z_{i-1} から i 層の中心深度 Z_i まで積分をおこなう.ここで,慣性力項つまり左辺の積分に際して,深度zを i 点位置の深度 Z_{i0} に対する相対深度 $Z_{i0}+x$ に変数変換を行う.ここで,密度 ρ ,接線せん断剛性 G は深度の関数であるが,同一層内では一定値であるとする.また, Z_{i0} は i 層上面の深度, Δz_i , Δz_{i-1} はそれぞれ i 層および i-1 層の層厚を表す.

$$\int_{Z_{i1}}^{Z_i}\rho(z)\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}dz=\int_{-\frac{\Delta z_{i-1}}{2}}^{\frac{\Delta z_i}{2}}\rho(Z_{i0}+x)\frac{\partial^2 u(Z_{i0}+x,t)}{\partial t^2}dx= \int_{Z_{i-1}}^{Z_i}[G(z)\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}+\frac{\partial\{\tau(z,t_0)-G(z)\gamma(z,t_0)\}}{\partial z}]dz \qquad (1.8)$$

式(1.8)の積分により次式が得られる.

$$\rho(z_i)\frac{\Delta z_i}{2}\frac{\partial^2 u(Z_i,t)}{\partial t^2}-\rho(z_{i-1})(-\frac{\Delta z_{i-1}}{2})\frac{\partial^2 u(Z_{i-1},t)}{\partial t^2}=G(z_i)\frac{du(z_i,t)}{dz}-G(z_{i-1})\frac{du(z_{i-1},t)}{dz} +\tau(t_0)_i-G\gamma(t_0)_i-\{\tau(t_0)_{i-1}-G\gamma(t_0)_{i-1}\} \qquad (1.9)$$

ここで,i 層,i-1 層の中心位置での加速度は式(1.10)に示すように i 層上面での加速度に等しく,各層内でのせん断ひずみ γ_i は式(1.11)に示す様に各層上・下面の相対変位によって生じ,各層内で一定であると仮定する.

$$\frac{\partial^2 u(z_i,t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u(z_{i-1},t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u(t)_i}{dt^2} \qquad (1.10)$$

$$\frac{\partial u(z_i,t)}{\partial z}=\frac{u(t)_{i+1}-u(t)_i}{\Delta z_i},\frac{\partial u(z_{i-1},t)}{\partial z}=\frac{u(t)_i-u(t)_{i-1}}{\Delta z_{i-1}} \qquad (1.11)$$

すると,式(1.9)は次式の様に表される.

$$\begin{aligned}\frac{\rho_i\Delta z_i+\rho_{i-1}\Delta z_{i-1}}{2}\frac{\partial^2 u(t)_i}{\partial t^2}&=G_i\frac{u(t)_{i+1}-u(t)_i}{\Delta z_i}-G_{i-1}\frac{u(t)_i-u(t)_{i-1}}{\Delta z_{i-1}}\\&+\tau(t_0)_i-G_i\gamma(t_0)_i-\{\tau(t_0)_{i-1}-G_{i-1}\gamma(t_0)_{i-1}\}\end{aligned} \qquad (1.12)$$

ここで,i 点における集中質量 m_i ,i-1 と i 点間,i と i+1 点間を結ぶバネ定数 k_{i-1},k_i,さらに荷重項 f_iを次式の様に表すと,式(1.12)は式(1.14)の様に i 点における運動方程式として表すことができる.

$$m_i=\frac{\rho_i\Delta z_i+\rho_{i-1}\Delta z_{i-1}}{2},k_i=\frac{G_i}{\Delta z_i},k_{i-1}=\frac{G_{i-1}}{\Delta z_{i-1}},f_i=\tau(t_0)_i-G_i\gamma(t_0)_i-\{\tau(t_0)_{i-1}-G_{i-1}\gamma(t_0)_{i-1}\} \qquad (1.13)$$

$$m_i\frac{d^2u_i}{dt^2}+(-k_{i-1},k_{i-1}+k_i,-k_i)(u_{i-1},u_i,u_{i+1})^T=f_i \qquad (1.14)$$

この考え方を最表層から,入力地震動の設定位置上の層まで適用することにより図 1.8 に示す地盤全体の震動系モデルに対する運動方程式を得ることができる.さらに,式(1.15)に示す様に各点の変位場を入力地盤変位 U_g と入力位置に対する相対変位 U_i との和である絶対変位で表すことにより,入力地震動に対する運動方程式を得ることができる.その変位場に基づく,加速度,速度,また応力やひずみの時間変化は,時刻 t_o の応答から Δt 秒後の応答を Newmark の β 法などによる時間積分法を用いて算出するという過程を繰り返すことにより求められる.

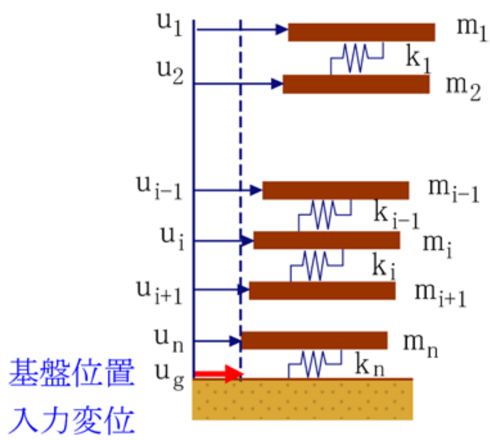


図1.8 地盤全体系の震動系モデル

$u_i = U_i + U_g$ (1.15)

$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} - \ddot{U}_g [M]\{1\}$ (1.16)

ここで,$[M]$は質量マトリックス,$[K]$は剛性マトリックスを表す.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & 0 \\ & \cdot & & & \\ & & m_i & & \\ & & & \cdot & \\ 0 & & & & m_n \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & & & 0 \\ & \cdot & & & \\ & -k_{i-1} & k_{i-1} + k_i & -k_i & \\ & & & \cdot & \\ 0 & & & -k_{n-1} & k_n \end{bmatrix} \qquad (1.17)$$

地盤震動解析を式(1.16)を用いて実施する際,地盤媒質・構造の不均質性に起因する散乱減衰の影響や,地盤構造を水平成層と仮定したことによる誤差などの保証,さらに数値積分の安定性などから,次式に示す速度$\{\dot{U}\}$に比例する減衰項を付加することが一般的に行われている.ここで,$[C]$は減衰マトリックスを表す.

$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} - \ddot{U}_g [M]\{1\}$ (1.18)

この様に時間空間での離散化は,地盤つまり空間をある領域,1 次元の場合水平層に離散化し,その離散化された空間での変位場の特性を仮定することによりひずみ場を設定し,時間変化に伴う所定の応力-ひずみ関係を与えることにより,ある時刻における離散化された空間の変位場に関する釣り合い方程式,つまり運動方程式を求める手法である.ここで示した離散化過程は,有限要素法の離散化過程でよく用いられるGalerkin 法の簡単な適用例題にもなる.興味ある方は,トライしてみていただきたい.

3) 周波数空間での離散化過程

周波数空間での離散化とは,空間の離散化過程と離散的な時間変化の集合つまり時刻歴の座標変換による周波数空間での周波数の離散化過程の 2 つ過程からなっている.前者の空間の離散化過程は前項の時間空間の離散化と同じであることから,周波数空間での離散化過程とは,後者の過程を表す表現であり,離散的な周波数毎の応答を重ね合わせることにより応答を評価する手法である.

まず,変位$u(t, z)$を式(1.19)に示す様に時間の関数$T(t)$と空間に関する固有関数$G(z)$とに分離する.

$$u(t,z) = T(t) \cdot G(z) \qquad (1.19)$$

両関数の解を得る方法のうち,式(1.19)を式(1.5)の波動方程式に代入し解く,波動論的方法を示す.まず,式(1.19)を波動方程式に代入し,式(1.20)に示す様に時間と空間の関数に分け,それらが $-\omega_j^2$ であるとする.すると,式(1.21)に示す様にそれぞれの関数に関する常微分方程式を得ることができる.ここで,$\ddot{T}(t)$ は時間に関する2階微分,$G''(z)$ は z に関する 2 階微分を表す.

$$\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = \frac{V_S^2 G''(z)}{G(z)} = -\omega_j^2 \qquad (1.20)$$

$$\left.\begin{aligned} \ddot{T}(t) + \omega_j^2 T(t) = 0 \\ G''(z) + \frac{\omega_j^2}{V_S^2} G(z) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1.21)$$

両関数の解はいずれも式(1.22)のように複素関数となり,時間の関数の解は円振動数 ω_j に対する調和時間関数,空間の関数に関する解はベクトルとなる.ここで,$\tilde{A}$ は複素未定係数,k_jは波数$(=\omega_j / V_S)$を表す.

$$\left.\begin{aligned} T(t) = \tilde{A}_j e^{i\omega_j t} \\ G(z) = B_j e^{ik_j z} + C_j e^{-ik_j z} \end{aligned}\right\} \qquad (1.22)$$

これより,円振動数 ω_j に対する変位場の一般解は式(1.23)のように得られる.ここで,$\tilde{E}_j$, $\tilde{F}_j$は複素未定係数である.

$$\begin{aligned} \tilde{u}(z,\omega_j,t) &= \{\tilde{B}_j e^{ik_j z} + \tilde{C}_j e^{-ik_j z}\} \tilde{A} e^{i\omega_j t} \\ &= (\tilde{E}_j e^{ik_j z} + \tilde{F}_j e^{-ik_j z}\} e^{i\omega_j t} \\ &= \tilde{U}(z) e^{i \;\; {}_j t} \end{aligned} \qquad (1.23)$$

すると,変位場の解は,円振動数ごとの解を式(1.24)に示す様に重ね合わせることにより

得られる.その重ねあわせには,フーリエ逆変換などが一般に用いられている.

$$u(z,t)=\sum_{j=0}^{n}(\tilde{E}_j e^{i(k_j z+\omega_j t)}+\tilde{F}_j e^{-i(k_j z-\omega_j t)}) \qquad (1.24)$$

周波数空間における離散化過程の大きな特徴は,この様に離散化された円振動数,また周波数毎に空間に関する応答ベクトルを求めるという点にある.周波数毎の応答ベクトルの振幅,位相が異なることから,その重ね合わせにより,応答の不規則過程を評価することは可能となっている.しかし,周波数毎の解は定常振動解であることから,時間とともに地盤材料の剛性が変化する非線形挙動,言い換えれば非定常な挙動を直接表現することができない.

次に,空間での応答ベクトルを求めるための方法として,解析コード「SHAKE」などでよく用いられている層マトリックス法の考え方がある.それは,時間空間での離散化過程で示した図に示す水平成層に分割された層境界にて変位場を離散的に規定するという考え方と大きく異なり,その地盤中の i 層の変位とせん断応力は式(1.25)に示す様に深度の関数として表現される.その i 層の変位場は,その上の i-1 層との境界にて,式(1.26)に示す変位およびせん断応力の適合条件が満たされるものとする.ここで,Z_iは i 層上面を基準位置とする相対深度であり,時間項$e^{i\omega t}$は省略している.

$$\left.\begin{aligned} u(Z_i)&=\tilde{E}_i e^{ik_j Z_i}+\tilde{F}_i e^{-ik_j Z_i}\\ \tau(Z_i)&=G_i\frac{du(Z_i)}{dZ_i}=iG_i k_j(\tilde{E}_i e^{ik_j Z_i}-\tilde{F}_i e^{-ik_j Z_i}) \end{aligned}\right\} \qquad (1.25)$$

$$\left.\begin{aligned} u(H_{i-1},\omega_j)_{i-1}&=u(0,\omega_j)_i\\ \tau(H_{i-1},\omega_j)_{i-1}&=\tau(0,\omega_j)_i \end{aligned}\right\} \qquad (1.26)$$

すると,式(1.25)に示した i 層,i-1 層における複素未定係数は,式(1.27)の様に層マトリックス$[T_{i-1}]$を介して関連づけることができる.

$$\begin{Bmatrix}\tilde{E}_i\\ \tilde{F}_i\end{Bmatrix}=[T_{i-1}]\begin{Bmatrix}\tilde{E}_{i-1}\\ \tilde{F}_{i-1}\end{Bmatrix} \qquad (1.27)$$

ここで,層マトリックス$[T_{i-1}]$は次式の様に 2 行 2 列の行列となる.

$$[T_{i-1}]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}(1+\alpha_{i-1})e^{ik_{i-1}H_{i-1}} & (1-\alpha_{i-1})e^{-ik_{i-1}H_{i-1}}\\(1-\alpha_{i-1})e^{ik_{i-1}H_{i-1}} & (1+\alpha_{i-1})e^{-ik_{i-1}H_{i-1}}\end{bmatrix} \qquad (1.28)$$

式(1.27)の関係をふまえ,対象地盤における基盤層(n 層)とその上の n-1 層の間の関係の右辺の n-1 層の複素未定係数に,n-1 層と n-2 層の複素未定係数の関係を代入するという過程を順次,最表層まで繰り返すことにより,基盤層と最表層の複素未定係数の関係が得られる.ここで,マトリックス $[S]$ も層マトリックス $[T_{i-1}]$ と同様,2 行 2 列の行列となる.

さらに,地表面におけるせん断応力がゼロであることから,最表層における複素未定係数は 1 つとなることが分かる.一般に,基盤層での入力地震動,または地表面での地震動が既知であり,そのフーリエ変換により,周波数に応じたスペクトル振幅,つまり $\tilde{E}_n+\tilde{F}_n$,また $2\tilde{E}_1$ が得られる.つまり,地表,また基盤層の既知複素未定係数から他方が得られ,既知また得られた地表の複素未定係数と各層の複素未定係数の関係より,順次,それら層の複素未定係数を求め,その層内の任意深度に対して得られる対象周波数に関する変位解,またせん断応力解をフーリエ逆変換することにより,その深度における変位,せん断応力の時刻歴応答を求めることができる.

$$\begin{Bmatrix}\tilde{E}_n\\\tilde{F}_n\end{Bmatrix}=[T_{n-1}]\cdots[T_i]\cdots[T_1]\begin{Bmatrix}\tilde{E}_1\\\tilde{F}_1\end{Bmatrix}=[S]\begin{Bmatrix}\tilde{E}_1\\\tilde{E}_1\end{Bmatrix} \qquad (1.29)$$

次に,式(1.19)の解を求める方法には,式(1.30)に示した円振動数 ω_j における変位場の解のうち式(1.30)を時間空間の離散化過程で得られた運動方程式に代入し,時間・空間に関する固有関数を固有値解析により求め,固有モード毎の応答を重ね合わせるという方法もある.ただし,式(1.18)に示した運動方程式において,剛性 k は接線せん断剛性に基づき評価され,時間とともにその値は変化することになる.しかし,式(1.30)は前述の様に定常応答を前提としていることから,時間によって変化しないせん剛性を用いる必要がある.すると,式(1.6)に示した時刻 t_o のせん断応力,せん断ひずみに基づき Δt 秒後のせん断応力を求める際の関係式を用いることなく, Δt 秒後のせん断ひずみにせん断剛性を乗じることによりせん断応力を直接評価することが可能となる.このことから,運動方程式は式(1.31)に示す様に,式(1.18)における荷重項は不要となり,剛性マトリックス $[K]^*$ はせん剛性により評価されることになる.この式(1.31)より外力項を除いた同次の運動方程式に,式(1.30)を代入することに式(1.32)に示す固有方程式が得られる.ここで得られた固有ベクトル行列を式(1.31)の運動方程式の左右に乗じることにより質量,減衰,剛性行列は対角化され,モード毎の 1 自由度系の運動方程式が得られる.その運動方程式より得られたモード毎の応答にモード毎の固有ベクトルを乗じ,全モード

について重ね合わせることにより,所定の応答を求めることができる.この方法はモード解析法と呼ばれている.

$$u(z,\omega_j)=\tilde{U}(z)e^{i\omega t} \qquad (1.30)$$

$$[M]\{\ddot{U}\}+[C]\{\dot{U}\}+[K]^*\{U\}=-\ddot{U}_g[M]\{1\} \qquad (1.31)$$

$$\{[K]^*+i\omega[C]-\omega^2[M]\}\{U\}=0 \qquad (1.32)$$

この様に,周波数空間での離散化の大きな特徴は,離散化された周波数毎の調和振動を時間関数としていることから,空間について離散化過程によらず,得られる変位場の応答は定常不規則過程になるという点にある.このことは,地盤材料の時間とともに材料特性が変化する非線形挙動を直接評価できないことを意味している.しかし,非線形応答を評価するため,次章で述べる最大応答などに着目した等価線形化法という手法が従来より用いられてきた.その手法は非線形化の程度が大きなひずみ応答が生じる場合には適用できないことが指摘されているが,最近,その課題を改善した新たな手法が提案されている.その手法については 5 章以降で述べられる.

1.3 地盤震動解析法の選択上の留意点(1)

地盤の震動解析法の基本は,地盤内を伝播する地震波動の波動方程式であり,その離散化過程の差異により,地盤材料が時間とともに変化する非線形性の取り扱いが大きく異なっていることを 1 次元問題を対象として示した.そのことを正しく認識することは,耐震設計に際して,適切な地盤の挙動を評価する上でまず重要となる点である.さらに,その差異は,解析法を選択する上での重要な因子である.しかし,地盤震動解析の目的は,あくまでも適切な地盤の挙動を評価することにあり,次章で述べる地盤材料の非線形挙動,3 章以降で述べられる減衰特性,地盤構造モデルの設定など全ての条件を目的に合わせ,得られる条件から適切に設定することが可能な解析法を選択することが重要となる.

参考文献

1) 吉田望,東畑郁生:「Yusa-yusa2 理論と解説」,1991
2) Iai,S.,Matsunaga,Y. and Kameoka,K.:Strain space plasticity model for cyclic mobility,Soil and Foundations,Vol.32,No.2,pp.1-15,1992
3) Schnabel, P. B.,Lysmer,J. and Seed,H. B.: SHAKE,Report No. EERC 72-12., University of California, Berkeley, 1972.
4) Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C.-F. and Seed, H. B., FLUSH a computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems, Report No. EERC75-30, University of California, Berkeley, 1975.
5) 例えば,土木学会編,動的解析と耐震設計-第 2 巻-動的解析の方法,技報堂出版,1997

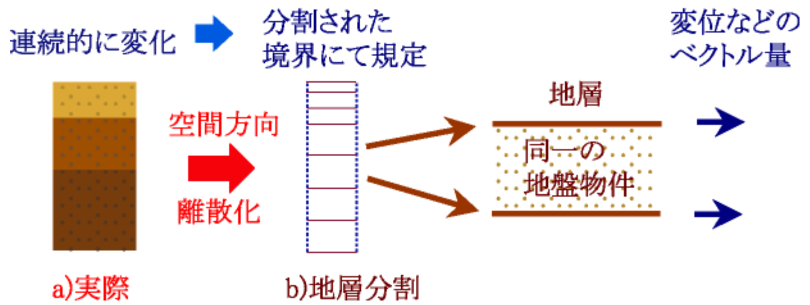
中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

第2章 地盤物性・構造のモデル化の現状と課題

2.1 地盤物性のモデル化

地盤震動解析を実施するためには，まず，得られる地層構造，地盤物性などの地盤情報に基づき解析に用いる地盤モデルを作成することが必要となる．ここで，地盤モデルとは，図 2.1 に示す様に地盤を深度方向に加速度，速度また変位などのベクトル量を求める位置を地盤内に離散的に設定し，その設定された位置に基づいて隣接する2点毎に地盤を地層へ分割する地盤構造モデルとその分割された地層内での地盤材料の特性モデルの2つからなっている．ここで，地層とは，その内部で地盤材料の特性が一様である，地盤材料の特性を表す最小空間を意味する．有限要素法では要素，また層マトリックス法では層と呼ばれる．

地盤内の変位・速度・加速度



2.1 地盤のモデル化の概要

これら地盤モデルのうち，地盤の最小単位である地層の地盤物性の特性やそのモデル化，ついで地層分割の基本的な考え方について示す．

1) 基本的な特性

ここで，地盤物性とは，地盤内での地震動の伝播を表現するための震動解析法で用いられる地盤モデルにおいて，地盤の最小単位である各地層の地盤材料の特性を示す．その際，地盤内を地震動が伝播する際，地盤内の土粒子の変位は前章の式 1.5 で示した波動方程式を満足している．

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}=\frac{G}{\rho}\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}=V_S^2\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} \qquad (1.5\text{:再掲})$$

このことから，1次元地盤震動解析法を用いた震動解析を行う際，以下の3つの定数

が地盤材料の特性を表す最小量となる．これら定数は地盤定数と呼ばれている．ただし，3つのうち2つが得られば他の一つは得られた2の値より決定されることから，3つのうち2つ，一般には質量密度とせん断波速度が必要最小定数となっている．

ρ ：質量密度(t/m^3)

G ：せん断定数(kN/m^2)

V_S ：せん断波速度($=\sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$ ：m/s)

また，2次元地盤震動解析では，これら3つの地盤定数に加え軸ひずみと垂直応力の関係を表すヤング係数 E, およびポアソン比 ν の2つの地盤定数も基本量となる．

これら地盤定数のうち，材料の特性が線形の範囲内，言い換えれば地盤内に発生するひずみが極めて小さい範囲での震動挙動を評価するための定数は，一般に，弾性定数と呼ぶべき量であるが，土は非常に小さなひずみ領域から非線形性を示すので，弾性の状態があるか否かは不明となっている．せん断定数については「微小ひずみ時のせん断定数」とも呼ばれ，G_{max} の記号が用いられる．そのせん断定数 G_{max} は地盤材料の諸特性と関連づけられた実験式が多く提案されており，その形式は次式に示すとおりである．式に示す様に，せん断定数は間隙比や有効拘束圧に強く依存している．その有効拘束圧に対する依存性の程度を表すべき乗 n の値は0.4から0.5程度の値が用いられている．ただし，地表近傍における有効拘束圧は極めて小さな値となり，せん断定数は計算上ゼロに近い値となる．しかし，地表5m 程度の地盤内のせん断波速度に関する実測結果より，表層の数 m はほぼ一定値となるとの報告もある．地盤材料の弾性定数を設定する際，これらのことに留意することが重要となる．

$$G_{\max} = A \cdot f(e) \cdot \sigma_m'^n \qquad (2.1)$$

これら地盤定数のうち，せん断波速度は原位置試験により求めるが原則である．その方法には，図 2.2 に示す様にボーリング孔を活用した PS 検層により地盤内を伝播する波動の速度を直接求める方法，地表における人工波を用いた浅層反射法および常時微動を活用した間接的にせん断波速度を求める手法などがある．

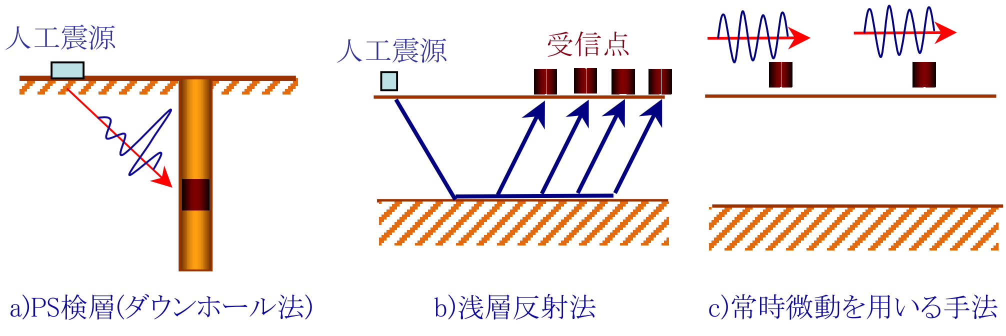


図 2.2 原位置試験の概要

後2者の手法は，人工波また常時微動により得られた地盤内を伝播する波動の情報よりせん断波速度を同定する手法である．PS 検層による方法には，ダウンホール法，クロスホール法，サスペンジョン法などの方法がある．これら原位置試験はいずれも地盤中を伝播する振動を用いている．よって，得られるせん断波速度は，その振動により地盤内に発生するせん断ひずみは小さいことから，微小ひずみ時のせん断定数 $G_{\max}$ に対応する定数となる．また，経験的手法として，標準貫入試験より得られる N 値とせん断波速度に関する経験式を用い，推定を行うことも可能である．その関係には多くの経験式 [1)]があり，例えば次式に示す関係は道路橋仕方書で用いられている．この関係式は今井らの提案式 [2)]を単純化したものである．

粘性土 $V_S = 100N^{1/3} \quad (1 \le N \le 25)$ (2.2)

砂質土 $V_S = 80N^{1/3} \quad (1 \le N \le 50)$ (2.3)

この標準貫入試験による N 値は，地盤材料の強度特性を始め，種々の地盤特性と関連づけられており，地質調査の一貫として実施されることが多い．さらに，PS 検層などの方法に比べ安価であることから，設計を始めとして，せん断波速度の推定によく用いられているが，そのばらつきが大きいことに注意する必要がある．

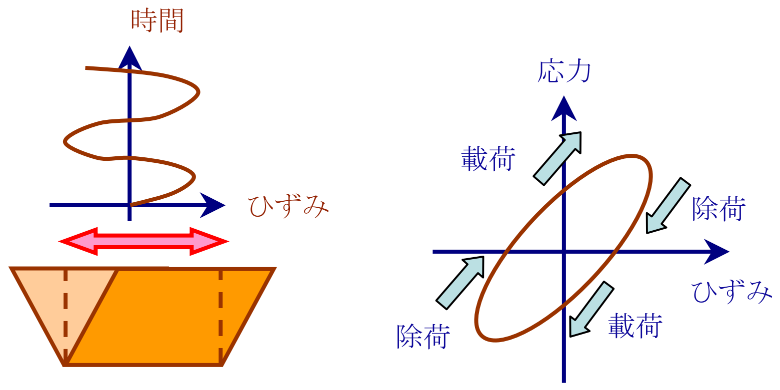
また，原位置より採取した試料を用いた室内土質試験により求める方法もある．しかし， 凍結サンプリングを除き，試料採取時や運搬時などの乱れの影響などから評価の誤差が大きくなる．ただし，せん断ひずみが大きくなるにつれ，せん断定数が低下するという非線形特性は，土質試験に基づいて推定することが望ましいといえる．

さらに，発生するひずみが小さい範囲における重要な地盤定数として，地震動が伝播する地盤媒質の不均質性，地層境界面の不陸などに起因し振幅レベルが減少する性質を表す減衰定数がある．この減衰定数は後述する応力とひずみの履歴によるエネルギー損失に伴う減衰と区別し，空間的減衰定数と呼ぶことにする．また，減衰定数は，線形範囲内の挙動時に地盤構造を水平成層と仮定するという解析手法自体が有する実震動挙動との差異を保証するための補正減衰も内在し，その値の設定に際して留意することが必要となる．空間的減衰定数の特性は4章にて述べる．

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

2) 線形粘弾性モデルによる応力-ひずみ関係の表現 3)

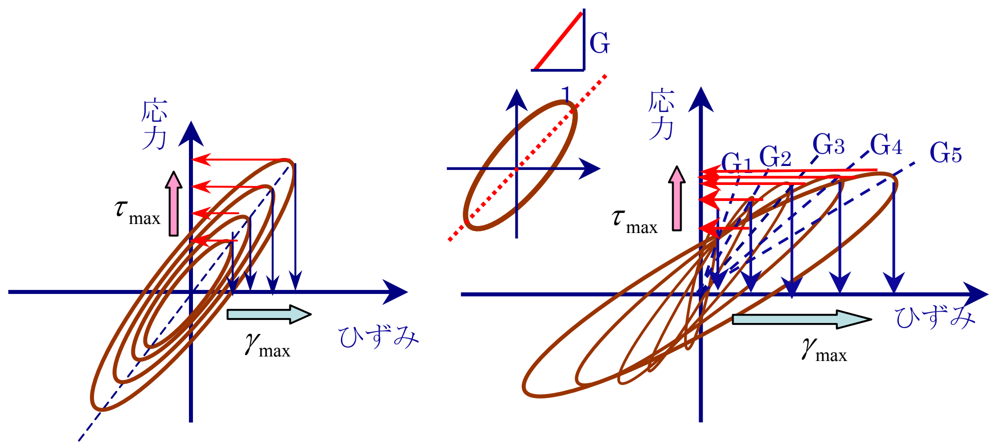
地震時に地震波が地盤中を伝播する際，地盤は図 2.3(a)に示す様に水平方向のせん断変形が左右交互に繰り返し生じる．その変形によるひずみの値の変化に応じて，応力は正負交互と値となる．しかし，応力とひずみとの関係は，一般に直線形状ではなく，図 2.3(b)に示す様に楕円形状の様な履歴性状を有し，応力の正側，また負側での載荷と除荷という，載荷と除荷過程を繰り返す関係となっている．



a)地盤内の繰り返しせん断変形　　b)応力ーひずみ関係

図 2.3　地震時における地盤のせん断変形と応力ーひずみ関係

その関係の性質を表す線形，非線形のうち，線形な関係とは，図 2.4(a)に示す様に最大ひずみの増加に伴い最大応力も比例的に増加する性質を示す．非線形な関係とは，図 2.4(b)に示す様に最大ひずみが増加するにつれ最大応力の増加率が小さくなるという，両者の関係が非比例関係となる挙動を示す．



a)線形　　b)非線形

図 2.4　応力ーひずみ関係の線形，非線形のイメージ

ここでは，応力とひずみの関係を表現する地盤特性を，図 2.3(b)および図 2.4 で示した楕円形状の応力とひずみの履歴に対する線形粘弾性論に基づく表現方法を通して示す．まず，せん断応力 τ が次式に示す様に正弦的に変化する際，せん断ひずみ γ は次式に示す様に一定の時間遅れを伴いせん断応力 τ と同じ正弦的に変化するとする．その様な応力とひずみの位相遅れは，前述の非線形な応力とひずみの履歴を含む載荷と除荷過程が異なる履歴過程となることによりもたらされる．

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_a\, sin(\omega t) = Image(\tau_a e^{i\omega t}) \\ \gamma &= \gamma_a\, sin(\omega t - \theta) = Image(\tau_a e^{i(\omega t - \theta)}) \end{aligned} \qquad (2.4)$$

ここで，式(2.5)に示すそれら複素数表現のせん断応力 $\tilde{\tau}$ とせん断ひずみ $\tilde{\gamma}$ の比として得られるせん断定数を複素せん断定数 G^* (複素せん断剛性)と呼ぶ．

$$\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\gamma}} = \frac{\tau_a e^{i\omega t}}{\gamma_a e^{i(\omega t - \theta)}} = \frac{\tau_a}{\gamma_a} e^{i\theta} = \frac{\tau_a}{\gamma_a} cos\,\theta + i\frac{\tau_a}{\gamma_a} sin\,\theta = G + iG' = G^* \qquad (2.5)$$

式(2.4)より ωt を消去すると式(2.6)が得られ，(τ / τ_a) に関する2次方程式として解き，

式(2.5)の剛性表現 G，G' を用いることにより式(2.7)に示す解が得られる．この解は，せん断応力 τ とせん断ひずみ γ の関係を示している．

$$(\frac{\tau}{\tau_a})^2 - 2\cos\theta(\frac{\gamma}{\gamma_a})(\frac{\tau}{\tau_a}) + (\frac{\gamma}{\gamma_a})^2 - sin^2\theta = 0 \qquad (2.6)$$

$$\tau = G\gamma \pm G'\sqrt{\gamma_a^2 - \gamma^2}\,(= \tau_1 + \tau_2) \qquad (2.7)$$

その解の第1，2項を τ_1，τ_2 とすると，それら応力とせん断応力の関係は式(2.8)の様に直線および楕円である．このことから，式(2.7)のせん断応力 τ とせん断ひずみ γ の関係は，図 2.5 に示す直線および楕円の和として得られる楕円形状となることが明らかとなった．

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= G\gamma \\ (\frac{\tau_2}{G'\gamma_a})^2 + (\frac{\gamma}{\gamma_a}) &= 1 \end{aligned}\right\} \qquad (2.8)$$

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

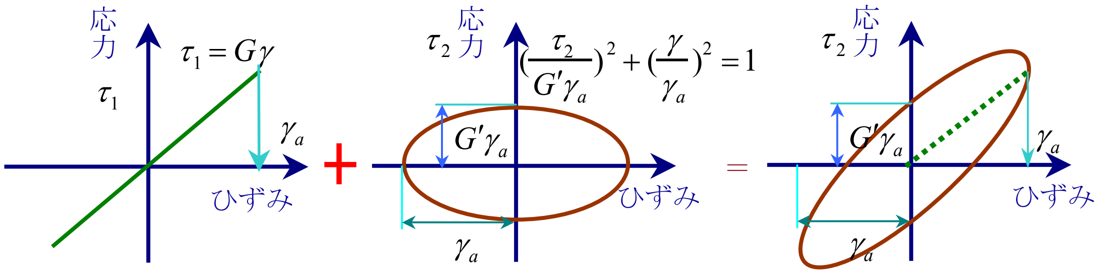


図 2.5　線形粘弾性理論に基づく応力とひずみの履歴

この応力とひずみ関係を規定する特性の一つである複素せん断剛性G^*は式(2.9)の様にせん断剛性Gとせん断応力とせん断ひずみの位相差を表す成分($G/G' = tan\theta$)により表される．後者の位相差は，式(2.10)に示す様に図 2.5 の応力ーひずみ関係における直線つまり弾性成分より得られる弾性ひずみエネルギーW ($= G\gamma_a^2/2$)と楕円の面積$4\pi G'\gamma_a^2$に相当する1サイクルの応力とひずみの履歴により消費されるエネルギーΔW の比と定義される減衰定数を表している．この減衰定数は，前述の空間減衰定数と異なり，応力とひずみの履歴により消費されるエネルギー損失を表しており，履歴による減衰定数とも呼ばれる．

$$G^* = G + G'i = G(1 + \frac{G'}{G}i) = G(1 + i\tan\theta) \qquad (2.9)$$

$$2h = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} = \frac{G'}{G} \qquad (2.10)$$

このことから，応力とひずみ関係が楕円形状となる，また応力とひずみに位相差が生じるのは，減衰特性に起因していることが分かる．また，楕円形状となる応力とひずみの関係は，せん断剛性 G と減衰定数 h によって規定されることが分かる．

3) 非線形モデル

地震時において地盤内に発生する応力とひずみの履歴の経時変化を直接表現するモデルには，数式モデルや弾塑性論に基づくモデルなどの種々のモデルが提案されている．そのモデルは，時間空間で離散化された地震応答解析法で用いられる．一方，周波数空間で離散化された地震応答解析法では，等価線形化法という手法が用いられる．前者の解析法で用いられる数式モデルは応力とひずみの履歴形状を簡易な物理概念のもとで数式で表現したモデル，弾塑性論に基づくモデルは地盤材料が粒状体であることに起因するダイレタンシーなどの変形機構を弾塑性論に基づきモデル化し，種々の条件下での履歴特性を表現しようとするモデルである．

弾塑性論に基づくモデルは，応力やひずみに関するパラメーターが多く，全てのパラメーターを対象地点毎に決定することが困難であり，得られる精度との関係で適切に数式モデルとの選択を行うことが必要となる．ここでは，設計などの実務でよく用いられる数式モデルの応力ーひずみ履歴の表現について示す．

a) 数式モデルによる応力-ひずみ履歴の表現モデル

応力ーひずみ履歴の表現は，図 2.6 に示す様に①応力ひずみ関係の基本的な関係を表す骨格曲線(式(2.11)参照)を②応力，ひずみ軸両方にn倍(一般には2倍)することにより表される履歴曲線(式(2.12)参照)により構成されている．

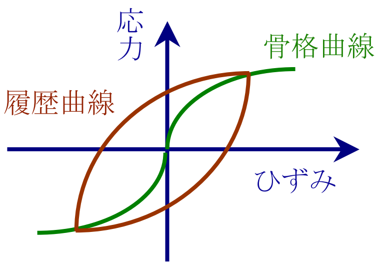


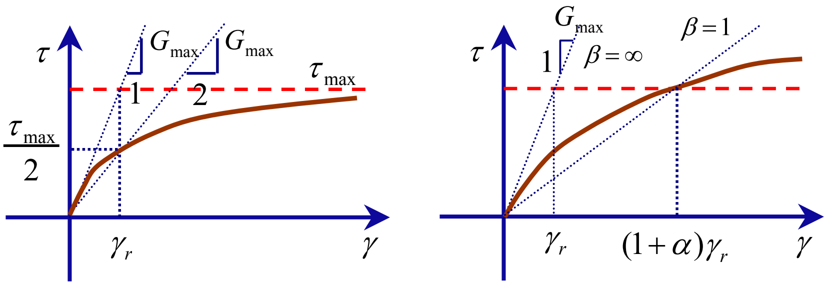
図 2.6 数式モデルによる応力とひずみの履歴

ここで，骨格曲線とは，応力振幅を変化させることにより得られる履歴曲線の頂点を連ねた曲線のことを示す．また，履歴曲線において，③応力とひずみの関係が載荷過程から除荷過程に推移する除荷点(τ_0，γ_0)における履歴曲線のせん断定数は骨格曲線の初期せん断定数と同様，G_{max} であるとする．これら応力とひずみの履歴に関する考え方は Masing(メージング)則と呼ばれる．さらに，過去の最大除荷点のひずみ以上のひずみが発生した際の応力とひずみの関係は，過去の最大除荷点に至る履歴曲線または骨格曲線に基づいて評価するという規則も Masing 則と呼ばれることがある．

$$\text{骨格曲線:}\ \tau = f(\gamma) \tag{2.11}$$

$$\text{履歴曲線:}\ \frac{\tau-\tau_0}{2} = f\left(\frac{\gamma-\gamma_0}{2}\right) \tag{2.12}$$

一般に，双曲線モデル，Ramberg-Osgood モデルが数式モデルとしてよく用いられる．それらの骨格曲線は図 2.7 に示す曲線形状を有し，その数式表現は以下の通りである．



a)双曲線モデル　　　b)Ramberg-Osgood モデル

図 2.7　双曲線, Ramberg-Osgood モデルの骨格曲線

ここで, γ_rは基準ひずみ(= $\tau_{\max}/G_{\max}$: $\tau_{\max}$はせん断強度), α, βはパラメーターである.

双曲線モデル　　$:\ \tau = \dfrac{G_{\max}\gamma}{1+\gamma/\gamma_r}$　　(2.13)

Ramberg-Osgood モデル　　$:\ \tau = \dfrac{G_{\max}\gamma}{1+\alpha\left(\dfrac{G}{G_{\max}}\dfrac{\gamma}{\gamma_r}\right)^{\beta-1}}$　　(2.14)

双曲線モデルは, Konder により提案された三軸圧縮試験による軸応力と軸ひずみの関係を双曲線で表現するモデル [4]をせん断応力とせん断ひずみの関係に適用したものである. 図および式(2.13)に示す様にせん断強度$\tau_{\max}$と初期せん断定数$G_{\max}$の2つをパラメーターとし, せん断応力はせん断強度$\tau_{\max}$に漸近する曲線となっている. また, 基準ひずみは, そのひずみに対する割線せん断定数は初期せん断定数の50%の値を示し, 非線形化の程度を評価する上での重要な指標となっている. また, Ramberg-Osgood モデルは金属材料の応力とひずみの関係として提案されたモデルであり, せん断強度指標τ_fと初期せん断定数$G_{\max}$およびα, βの4つをパラメーターによって構成されている. ここで, せん断応力は双曲線モデルにようにある値に漸近せず, パラメーターによりひずみに応じた応力の増加量は異なるものの, 応力が増加するモデルとなっている. ここで, せん断強度指標τ_fとは, 対象とするひずみの大きさに応じて応力の増加傾向を制御するパラメーターであり, せん断強度を目安にその低減値が用いられる.

b) 動的変形特性

実地盤材料の応力ーひずみ履歴は，原位置で採取した地盤材料の試料を用いた振動三軸試験やねじりせん断試験などの室内試験により求められている．それら実験は，繰り返しせん断応力を試料に作用することにより，地震時に地盤内に生じるせん断変形を試料内に疑似動的に生じさせるというものである．地盤内に発生するせん断応力振幅の時間変化つまり応力波形は時々刻々変化し，その波形形状は作用する地震動の特性に応じて異なっている．さらに，実地震時に地盤内に作用しているせん断応力波形を直接推定することは困難である．このことから，実験では応力ーひずみ履歴を表現するための指標として，図 2.8[5]に示す様に所定の最大せん断応力振幅を有する正弦波形状の応力波形を用いた繰り返し載荷(一般には11回の繰り返し)による最大ひずみ時における割線せん断定数と減衰定数が用いられている．

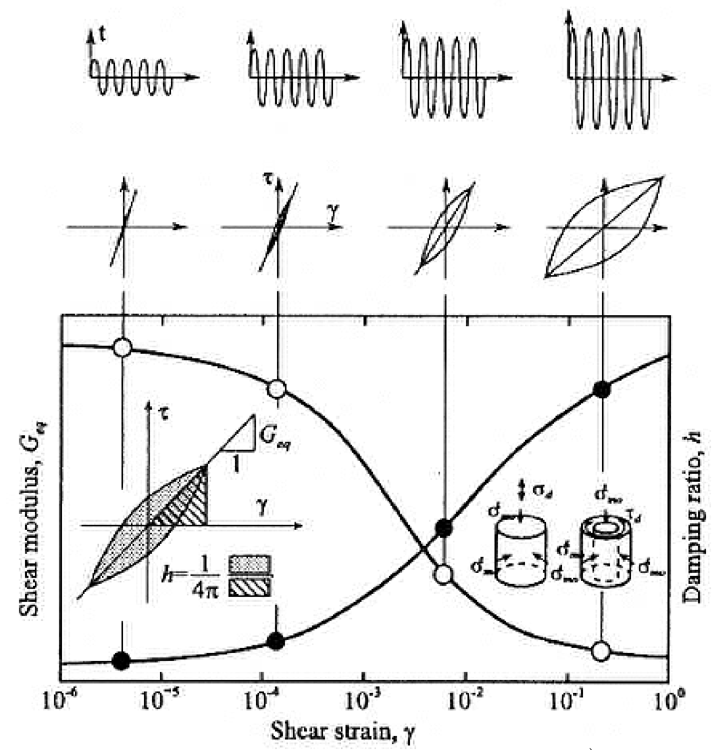


図 2.8 動的変形特性の概要 [5]

ここで，減衰定数は，前述の2)項で示した様に1周期の応力載荷により消費されるひずみエネルギーΔWと最大ひずみ時の弾性ひずみエネルギーWの比に基づいて定義される．最大せん断応力振幅を変化させながら求めた，その2つの指標，せん断定数と減衰定数とせん断ひずみ（各最大せん断応力振幅に対する最大せん断ひずみ）

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

の関係は図 2.8[5]に示すとおりである．図に示す様にせん断定数はせん断ひずみの増加とともに低下し，減衰定数はせん断ひずみの増加とともに増加するという性質を有している．この様な応力ーひずみ履歴の評価指標であるせん断定数と減衰定数がひずみに依存して変化する性質を動的変形特性と呼んでいる．ここで，各せん断ひずみとせん断定数とを連ねた曲線は有効拘束圧が不変であるとした場合の応力ーひずみ履歴の骨格曲線に対応し，減衰定数とひずみの関係はその履歴を規定する特性を表している．この様に動的変形特性は，地盤材料の非線形な応力ーひずみ履歴をモデル化する上で重要な特性であることが分かる．この地盤材料の動的変形特性を求めるための室内試験は動的変形特性試験と呼ばれている．

動的変形特性のもう一つの重要な性質は，初期せん断定数と同様に有効拘束圧依存性を有するという点である．ここで，有効拘束圧とは深度に応じた初期条件としての値である．先に示したせん断定数と減衰定数のひずみ依存性と合わせて，地盤材料の非線形特性をモデル化する上で配慮すべき極めて重要な性質である．このことから，種々の地盤材料に対するせん断定数と減衰定数のひずみ依存性および拘束圧依存性を考慮した動的変形特性のモデル化が種々の機関[6),7),8),9),10)]で実施されている．一例として，独立行政法人土木研究所(旧建設省土木研究所)による沖積砂質土の動的変形特性モデルを図 2.9[5] に示す．

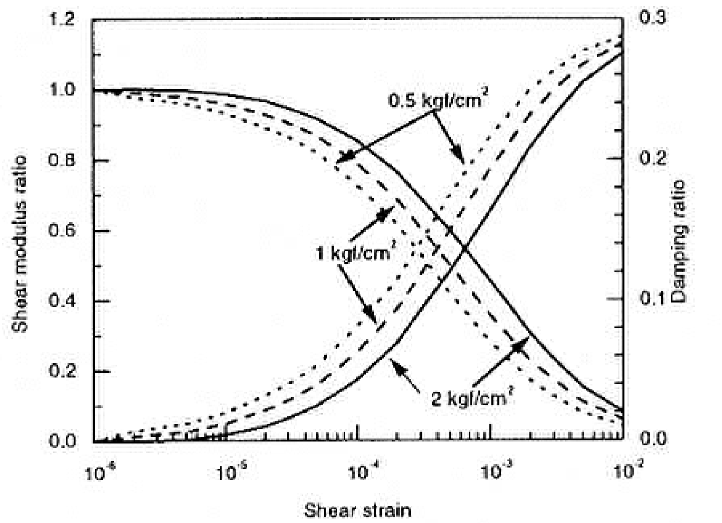
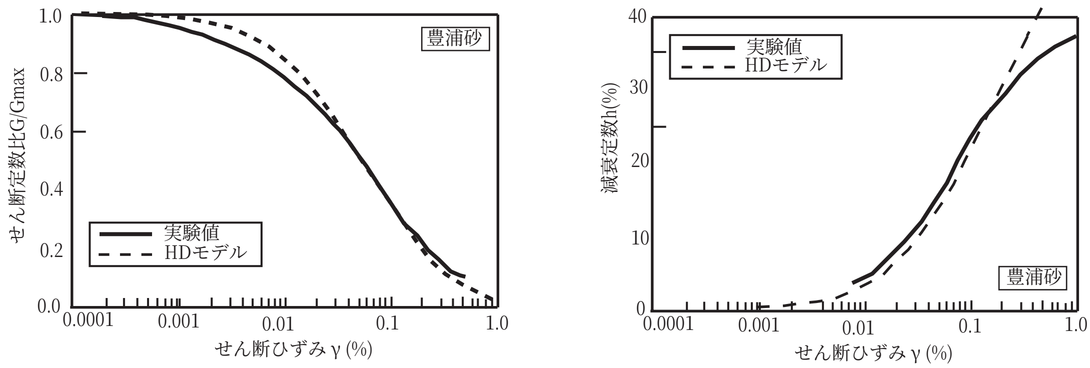


図 2.9 … 土)[5]

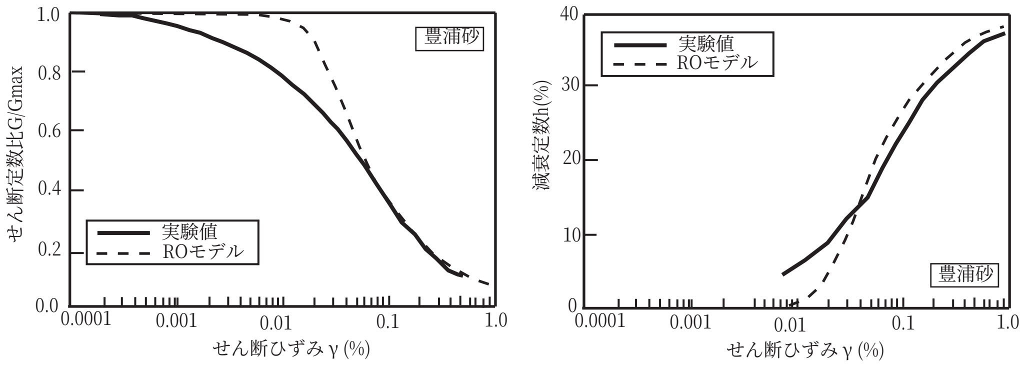
次に，前述の応力とひずみの履歴に関する数式モデルの動的変形特性と実験により得られた動的変形特性の比較を図 2.10[11]に示す．ここで，実験値は豊浦砂に対する動的変形特性である．数式モデルの動的変形特性のうち，せん断定数とせん断ひずみの関係は，骨格曲線によるせん断ひずみとその値に応じた割線せん断定数との関

係により得られたものである．また，減衰定数とせん断ひずみの関係は，所定のせん断ひずみとそれを最大振幅とする正弦波状のひずみ波形に対し，Masing 則に基づく履歴特性より得られた減衰定数との関係として得られたものである．双曲線モデルのパラメーターは実験によるせん断強度と初期せん断定数の関係より規定し，Ramberg-Osgood モデルのパラメーターは実験による最大減衰定数 h_{max} およびせん断定数が初期せん断定数の50%となるときのひずみ γ_r (基準ひずみ)に基づき以下の式に基づいて設定した．Ramberg-Osgood モデルにおけるパラメーター α ，β と他の物理定数との関係は，そのモデル自体また Masing 則より得られる式であり，近似式また経験式ではない．

$$\left.\begin{array}{c} h_{max} = \dfrac{2}{\pi}\dfrac{\beta-1}{\beta+1} \\ \tau_f = G_{max}\gamma_r \\ \alpha = 2^{\beta-1} \end{array}\right\} \qquad (2.15)$$



a)双曲線モデル



b)Ramberg-Osgood モデル

図 2.10　数式モデルと豊浦砂の動的変形特性の比較

この結果，双曲線モデルについてみると，せん断定数とせん断ひずみの関係は比較的よい対応を示しているものの，減衰定数はせん断ひずみが約0．1％を越えると実験値よりかなり大きな値となっていることが分かる．また，Ramberg-Osgood モデルについてみると，せん断定数とせん断ひずみの関係はせん断ひずみが0．01％程度以下と小さい場合に実験より大きな値を与えているが，それ以上のひずみに対して実験値と比較的よい対応を示している．減衰定数についても，せん断ひずみが小さい場合に実験値より小さな値となるが，せん断ひずみが大きい場合には比較的よい対応を示している．この様な両数式モデルの特徴をふまえ，対象とする地盤の地震時に発生するせん断ひずみレベルに応じて，適切なモデルの選択，さらにモデルパラメーターの設定を行う必要がある．

最後に，地盤材料の応力とひずみ履歴の非線形を表す種々のモデルのパラメーターは，地盤の強度特性や変形特性を始め，種々の材料定数との関係に基づいて設定することが必要となるが，この動的変形特性との対応に基づき履歴特性を適切に表現するためにその値を調整することも重要であることに留意する必要がある．

c) 等価線形化法

等価線形化とは，図 2.11 に示す様に非線形な応力とひずみの履歴を等価な線形モデルに置き換える操作を意味する．つまり，非線形な応力とひずみの履歴を，その最大せん断応力，最大せん断ひずみを振幅とする正弦波状のせん断応力，せん断ひずみ波形に対し，非線形な履歴による減衰定数と等価な減衰定数を有するに対する楕円形状の履歴に置き換える操作である．

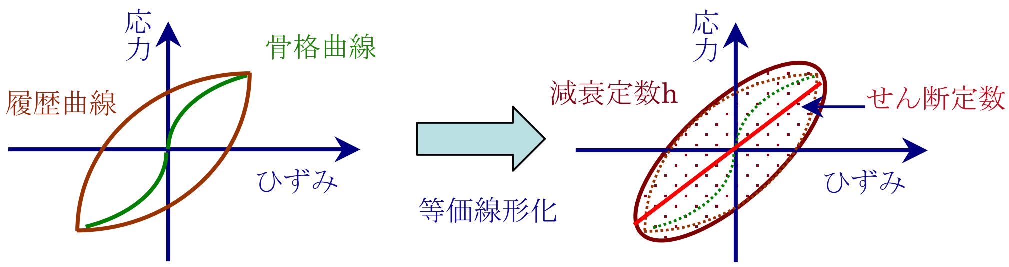
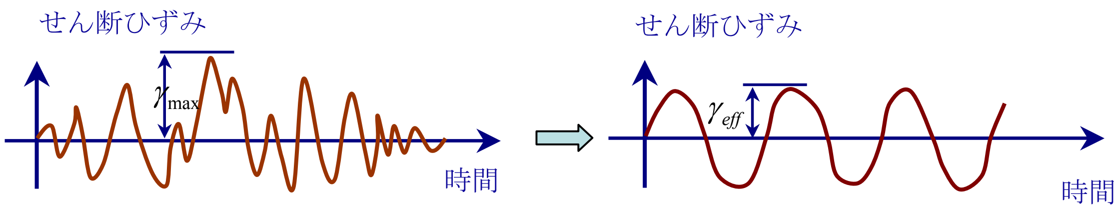


図 2.11 等価線形化のイメージ

すると，前述の線形粘弾性理論に基づき，置き換えられた楕円形状の応力とひずみの履歴を表す地盤特性は，最大せん断ひずみ時の割線せん断定数を線形のせん断定数，非線形な応力とひずみの履歴による減衰定数を減衰定数とする複素剛性を用いた履歴表現で表すことができる．この様に，等価線形化とは，結果として，動的変形

特性より得られる最大せん断ひずみに対するせん断定数と減衰定数を有する粘弾性モデルに置き換える操作に対応する.

その等価線形化の操作を用いた応力とひずみの履歴が時々刻々変化する過程を表現する手法が等価線形化法と呼ばれている. この手法は, 応力とひずみの履歴の時間変化を直接考慮することができない周波数空間で離散化された解析法において, 地盤内に発生する非線形な応力とひずみの履歴を考慮するために用いられている. 地震時に地盤内に発生するせん断ひずみの時間変化は, 図 2.12 に示す様に時々刻々変化しており, せん断定数も時間とともに変化している.



a)最大せん断ひずみ　　　　　b)有効ひずみ

図 2.12 有効ひずみのイメージ

しかし, 周波数空間で離散化された解析法において, 対象とする時間内での解析に用いる地盤定数は1種類であることから, 主に設計で用いられる最大応答などを評価するために, 最大せん断ひずみ近傍の応力とひずみの履歴の等価線形化が行われる. 従来, その等価線形化を行う際, 最大せん断ひずみγ_{max}に対するせん断定数や減衰定数を直接評価するのではなく, その不規則なひずみの変化を動的変形特性試験の実験条件である正弦波状の繰り返しせん断ひずみと等価な振幅レベルに置き換えるため, 次式に示す有効ひずみγ_{eff}という概念が用いられてきた.

$$\gamma_{eff} = \alpha\gamma_{max} \tag{2.16}$$

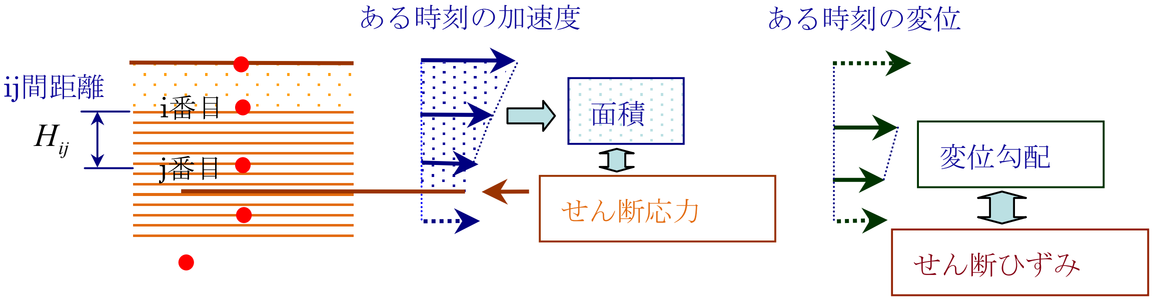
この有効ひずみにより得られたせん断定数と減衰定数を用いて算出した最大応答せん断ひずみより得られる有効ひずみとその応答解析に用いたせん断定数と減衰定数を評価するための有効ひずみが同程度となる様に, せん断定数と減衰定数を変化させながら地震応答を求めるという過程が解析コード「SHAKE」などで用いられている.

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

4) 地震時における応力とひずみ履歴の特性

従来，応力とひずみの履歴に対するモデルの精度評価は，地盤内での地震観測記録を入力波とした非線形地震応答解析による応力とひずみの履歴に対する直接評価ではなく，速度や加速度などの応答と地表や地中の地震観測記録との比較による間接評価により実施されてきた．これは，地震時に地盤内に発生している応力とひずみの履歴を直接推定することが困難であったことに起因している．最近，地震時における地盤内の応力とひずみの履歴の直接的な推定，さらにそれによるせん断定数の時間変化の推定が試みられており，以下に紹介する．それら研究は，これまで述べた動的変形特性試験の位置づけの再考，室内実験レベルでの地盤物性モデルのモデル化やその精度に対して極めて示唆に富んだ内容となっているが，従来の課題を明確に示すためにはより詳細な分析が必要なため，ここでは単に内容を紹介することとどめる．

最近， Zehgal ら[12)]により，図 2.13 に示す様に地盤内の鉛直方向に配置した複数の地震計による地震観測記録を用い，地盤内の応力とひずみの履歴の推定手法が提案された．



a)地震計の配置　　b)せん断応力の評価　　c)せん断ひずみの評価

図 2.13　鉛直アレー地震観測による地盤のせん断応力・ひずみの評価

その手法では，式(2.17)に示す1次元の波動方程式の変形によるせん断応力の深度方向変化と加速度 $A(z,t)$ との関係式が成り立つという仮定，つまり地盤が水平成層であるとの仮定を前提としている．まず，所定の位置のせん断応力 $\tau(z,t)$ は，式(2.17)の深度方向の加速度と質量密度の積の積分により式(2.18)のように得られる．隣り合う2点間の加速度分布を何らかの補間関数により推定，例えば直線的に変化しているとすると，所定の位置のせん断応力は台形公式を用いることにより式(2.19)のように得られる．ここで，$A(z_i,t)$，$A(z_j,t)$ は隣り合う2点 ij の加速度時刻歴，H_{ij} は隣り合う2点 ij

間の距離，ρ_{ij}は隣り合う2点間の平均質量密度を表す．また，せん断ひずみは，せん断応力と同様に隣り合う2点間の変位分布を直線と仮定することにより式(2.20)の様に得られる．ここで得られるせん断応力$\tau(t)_{ij}$，せん断ひずみ$\gamma(t)_{ij}$は隣り合う2点間の平均的な値となっている．

$$\rho(z)\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}\{=\rho(z)A(z,t)\}=G\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}=\frac{\partial G\gamma(z,t)}{\partial z}=\frac{\partial\tau(z,t)}{\partial z} \qquad (2.17)$$

$$\tau(z,t)=\int_0^z\frac{\partial z(z,t)}{\partial z}dz=\int_0^z\rho(z)A(z,t)dz \qquad (2.18)$$

$$\tau(t)_{ij}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\rho_{ij}\{A(z_i,t)+A(z_j,t)\}H_{ij} \qquad (2.19)$$

$$\gamma(t)_{ij}=\frac{d(z_i,t)-d(z_j,t)}{H_{ij}} \qquad (2.20)$$

この方法で推定される応力とひずみの履歴の精度は，地震計の配置，つまり隣り合う2点の距離に依存するが，応力とひずみの履歴モデルの精度を評価するためには数m間隔のかなり密な配置が必要となるが，現実的にその様な配置での地震観測を実施することは困難である．その問題を克服するため，山口・風間ら [13)]は原位置の地盤状態を精度よく再現した遠心力載荷実験を実施し，比較的密に配置された加速度計で得られた記録に基づく応力とひずみ履歴の推定を行っている．1995年兵庫県南部地震で地震被災を受けた六甲アイランドの地盤モデルを用いた遠心力載荷実験により推定された応力とひずみ履歴と兵庫県南部地震による観測記録に基づいて推定された応力とひずみ履歴の比較を図 2.14 に示す．

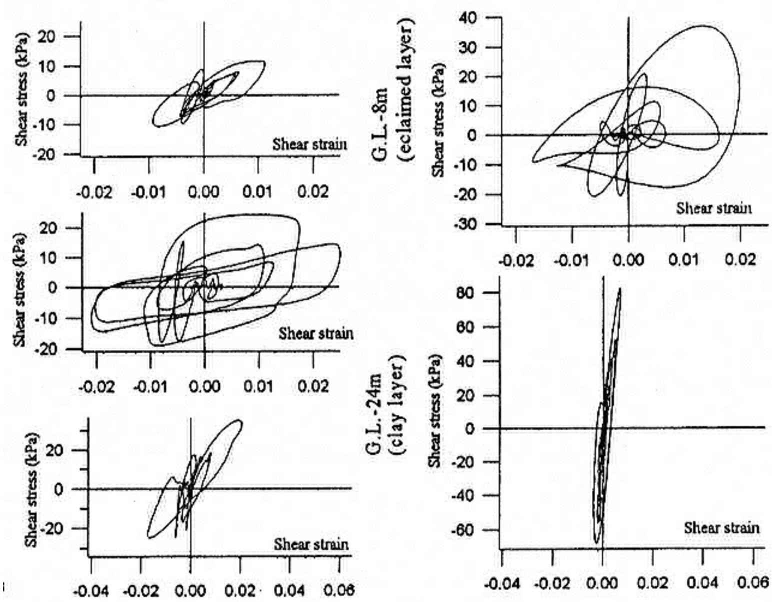
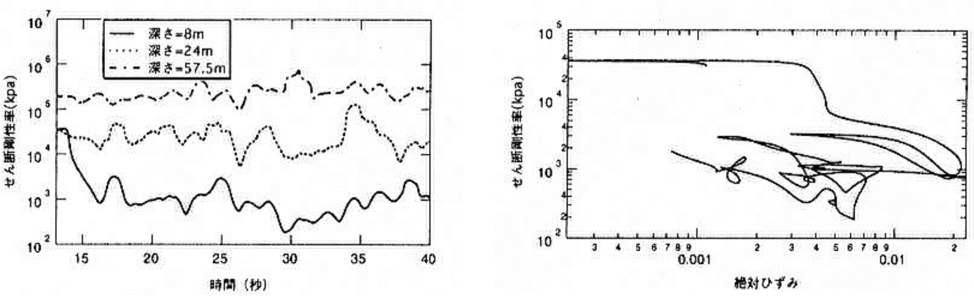


図 2.14 遠心力載荷実験および地震観測による応力とひずみ履歴の推定

地震観測による地震計の配置は，地表，GL-16m および GL-32m と 16m 間隔，実験では地下水位以下(GL-4.5m 以深)で約 4.8m 間隔と実測の1/3の間隔で加速度計が配置されている．実測による浅い層と深い層の応力とひずみ履歴は実験による履歴と定性的には類似しているものの，定量的には大きく異なっている．また，実験による応力とひずみ履歴は数式モデルの履歴特性に類似していることも分かる．これらより，地震時に地盤内に発生する応力とひずみの履歴を推定する実験手法として遠心力載荷実験は有用であり，種々の応力とひずみ履歴モデルの精度評価への適用が期待される．

次に，神山ら[14)]は，前述の応力とひずみ履歴の推定手法により得られた地震時に地盤内に発生している応力とひずみ履歴を用い，せん断定数と減衰定数の時間変動の評価を行っている．それら地盤定数の変化は，Δt 間の応力とひずみ履歴が線形粘弾性理論に基づく楕円形状の応力とひずみ履歴と等価であるとした際にその楕円形状の応力とひずみ履歴を規定するせん断定数と減衰定数を求めるという過程によって行われている．図 2.15(a)に1995年兵庫県南部地震において液状化による地震被害を受けたポートアイランドの鉛直アレー地震観測により得られた地震記録に基づいて推定された応力とひずみ履歴に基づくせん断定数の時間変化を示す．地震観測は，地表，GL-16m，GL-32m および GL-83m にて実施され，その3区間での応力とひずみ履歴に対して，せん断定数の時間変化が求められている．液状化が発生している表層部では加速度振幅が大きな値を示している時間帯に対応する約16秒以降にて著しくせん断定数が低下している．一方，深部ではせん断定数の変化が浅部に比べて小さいことが分かる．



a)せん断定数の時間変化　　　　b)せん断定数とせん断ひずみの関係

図 2.15　地震記録より推定した応力とひずみ履歴に基づくせん断定数の時間変化

また，ここで，浅部で得られたせん断定数とせん断ひずみの時間変化の関係を図2.15(b)に示す．これは，時々刻々変化する応力とひずみ履歴の変化を動的変形特性の変化としてとらえたものに相当している．地盤内に発生している応力とひずみ履歴の推定精度は前述の様に地震計の配置に起因してよいものとは言えないと考えられるが，地盤材料の特性を表す指標としての動的変形特性ではなく地震時に地盤内に発生する応力とひずみ履歴を評価するための指標としての動的変形特性を評価する手法としての発展が期待される．

これまで，地盤材料の地震時における応力とひずみ履歴のモデルは室内土質試験の結果をもとに構築されてきた．そのパラメーターは地盤材料の強度・変形特性に基づいて設定することも重要であるが，実現象としての地盤内での挙動を評価するための精度を保証するという観点も必要であろう．このことから，地盤内での応力とひずみ履歴に基づく，室内試験の位置づけの評価，さらの種々のモデルの精度評価を行うことが地震応答解析に用いる地盤材料のモデルを選定，また設定する上で重要であると考える．

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

参考文献

1) 森伸一郎, 地盤工学・実務シリーズ13 地盤・基礎構造物の耐震設計, (社)地盤工学会, p79
2) Imai,T., P- and S- wave Velocities of ground in Japan, Proc. 9th ISSMFE, Tokyo, Vol.2, pp.257-260, 1977
3) 石原研而, 土質動力学の基礎, 鹿島出版会
4) Konder, R., L., Hyperbolic Stress-strain Response; Cohesive Soil, Proc. ASCE, SM1, pp.143-155, 1963
5) 吉田望, 末富岩雄, 解析コード「DYNEQ」マニュアル, 佐藤工業, 1999
6) 日本港湾協会, 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 1989
7) 建設省土木研究所, 地盤地震時応答特性の数値解析法ーSHAKE:DESRAー, 土研資料第1778号, 1982
8) 岩崎敏男, 常田賢一, 吉田清一, 沖積粘性土の動的変形・強度特性について, 第15回土質工学研究発表会, pp.625-628, 1980
9) 龍岡文夫, 横田, 不攪乱洪積粘土のせん断変形係数について, 土木学会第32回年次学術講演会梗概集, 第3部, 1982
10) 足立紀尚, 龍岡文夫, 新体系土木工学18, 技法堂出版, 1986
11) 吉田望, 7.3 地盤物性のモデル, 入門・建物と地盤との動的相互作用, pp.246-252, 1996
12) Zehgal,M., Elgamal, A. and Parra, E., Identification and modeling of earthquake ground response-II. Site liquefaction, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 15, pp.523-547, 1996
13) Yamaguchi,A, Kazama, M. et al, Reproduction of array observation records of centrifuge shaking table model, 4 th Int. Conf. on Recent Advanced in Geotechnical Earthquake and Soil Dynamics , No.4.38, 2001(CD-DOM)
14) 神山真, 吉田勝, 鉛直アレー強震記録による地盤剛性ならびにダンピングの非定常変動の解析, 土木学会論文集, No.647/I-51, pp.379-394, 2000.4

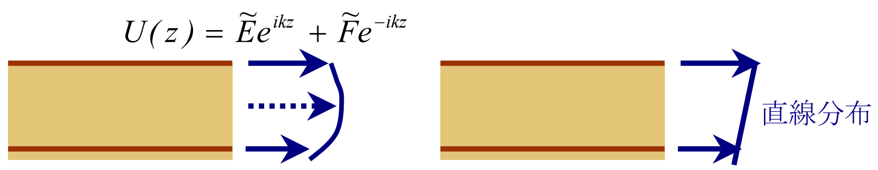
中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

2.2 地層分割

ここでは，地盤構造モデル，つまり地盤を地盤材料の特性を表す最小空間である地層に分割された構造モデルを設定する際の基本的考え方を示す．

1) 地層分割が線形地震応答に及ぼす影響

地層内における加速度，速度，変位などのベクトル量，ひずみや応力などのテンソル量の分布は，1 章で示した地盤震動解析に用いる波動方程式の 2 つの離散化過程で異なっている．まず，周波数空間での解析法では，周波数毎の波動方程式の理論解によりベクトル量やテンソル量が表現されている．ベクトル量の例として変位の地層内での分布を図 2.16(a)に示す．一方，時間空間の解析法では，図 2.16(b)に示す様に地層上端と下端位置のベクトル量，例えば変位が線形に変化していると仮定している．このことから，ひずみや応力などは地層内で一定となる．ただし，2，3 次元のモデルでは地層つまり要素内の変位分布を高次の空間関数として表現することにより要素内では必ずしも一定とならないモデルもある．



a) 周波数空間での解析法　　b) 時間空間での解析法

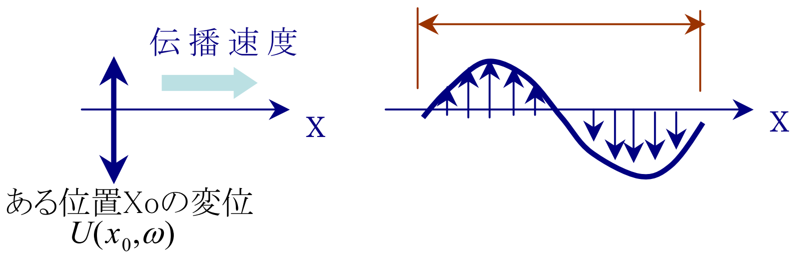
図 2.16　解析法に応じた地層内の変位分布

この様なベクトル量に対する地層内での分布に対するモデルの差異より，線形応答の範囲では，周波数空間の解析法では地層分割が応答に影響を及ぼすことはない．しかし，時間空間での解析法では，地層内部でのベクトル量の分布を仮定していることから，その分割は応答に影響を及ぼすこととなる．その理由は以下に示すとおりである．まず，周波数毎に地盤内を鉛直方向に伝播する波動の変位に関する空間分布を考える．地盤内のある位置における地盤変位が式(2.21)に示す様に正弦波で表される際，その振動が図 2.17(a)に示すように速度 C で図中の矢印の方向に伝播するとする

と，矢印の方向の任意位置 x における変位は式(2.22)の様に表される．ここで，L は波長(=伝播速度 C×周期 T)を表す．矢印の方向である波動の伝播方向に沿ったある時刻の変位分布は図 2.17(b)に示す様に，波長 L を 1 周期とする正弦波形状の分布となっている．

$$U(x_0,\omega)=A\sin(\omega t) \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned} U(x,\omega) &= A\sin\{\omega(t-\frac{x}{c})\}=A\sin(\omega t-\frac{\omega x}{c})=A\sin(\omega t-\frac{2\pi x}{Tc}) \\ &= A\sin(\omega t-2\pi\frac{x}{L})=A\sin\{2\pi(\frac{ct-x}{L})\} \end{aligned} \tag{2.22}$$

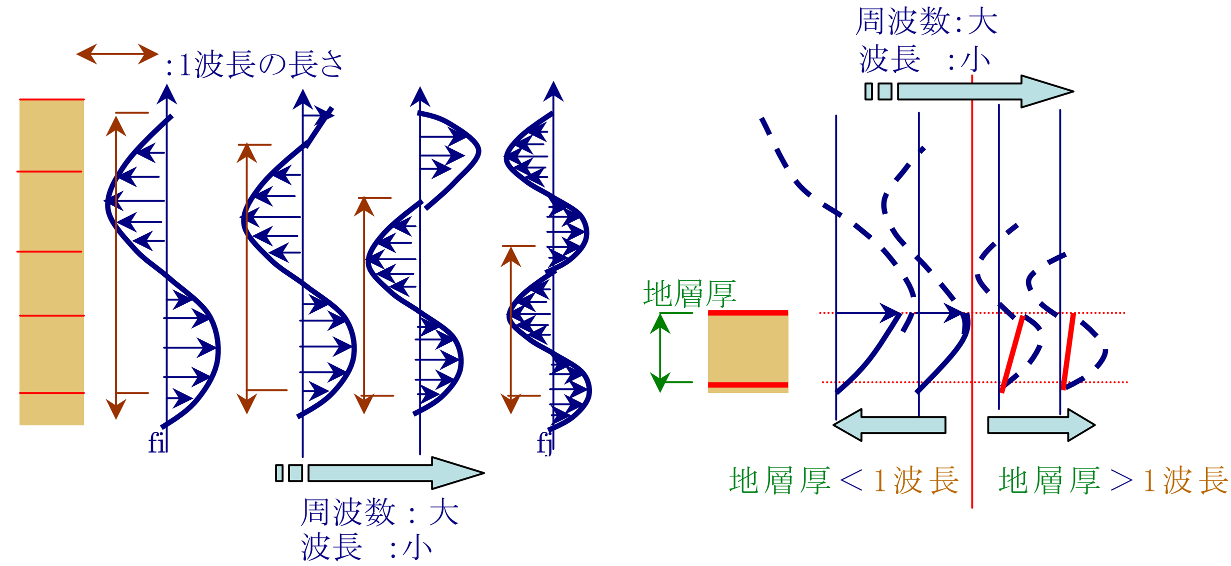


a)ある位置の変位　　b)ある時刻の変位の空間分布

図 2.17　波動伝播時の地盤変位の空間分布

地盤中を鉛直方向に伝播する波動の伝播速度は地盤のせん断波速度に対応し，周波数に応じて地盤内を伝播波動のある時刻における地盤内の変位分布は，図 2.18(a)に示すように周波数毎の波長に応じて異なっている．一方，地層内での変位分布は，図 2.18(b)に示す様に少なくとも 1 波長の 1/4 の長さが地層厚より大きければ，仮定した変位分布と地層内を伝播する変位分布が同程度と見なすことができる．しかし，1 波長の 1/4 の長さが地層厚より小さい場合には，地層内で生じている変位分布を仮定した変位分布は表現できないこととなり，変位を小さく評価することとなる．すると，時間空間の解析法で得られる地盤の応答は，仮定した地層内での変位分布が成り立つ波長，言い換えれば周波数までの範囲内では適切な精度を有しているが，その周波数を越える範囲に対しては精度が保証できないことになる．このことから，地層分割を行う際には，対象としている地盤のせん断波速度と作用する地震動の特性として地盤の応答に影響を及ぼす周期に応じ，適切な地層厚を設定することが重要となる．その目安として，次式に示すように波長の 1/4 から 1/6 程度と言われている．

地層厚=1/4ー1/6×波長(＝地盤のせん断波速度×考慮すべき周期)　　　(2.23)



a）地盤内を伝播する波動の1波長の長さと周波数の関係　　b）波長に応じた地層内の変位分布

図 2.18　周波数に応じた地盤内を伝播する波動の波長と地層厚の関係

ここで，図 2.19 に示すせん断波速度 150m/s，質量密度 1.8t/m^3 の地盤材料特性を有する層厚 30m の地盤モデルを対象とし，その影響を実例にて示す．地層厚さが応答に及ぼす影響を把握するため，図 2.19 に示す様に層厚 30m の同一地盤材料を有する層を，各地層厚が同じとなるように 3，6，10，15，30 分割した．ここで，それぞれの地層分割モデルにおける地層厚は図 2.19 に示したとおりである．時間空間での解析法には YUSAYUSA2[1)]を用いた．また，入力地震動の加速度時刻歴およびそのフーリエスペクトルを図 2.20 に示す．その入力地震波には高周波数成分の卓越している 1998 年岩手県内陸北部地震で観測された記録を用い，さらに地層厚が応答に影響を与える様に，より高周波数成分を保有する様に時間間隔を 0.002 秒と調整している．解析により得られた地表面位置における応答加速度時刻歴を図 2.21，そのフーリエスペクトルを図 2.22 に示す．これより，まず，地層厚が薄くなるにつれ最大加速度が大きくなることが分かる．さらに，各地層分割に応じた地表面応答加速度のフーリエスペクトルより，地層厚が薄くなるにつれスペクトル振幅を小さく評価する周波数が高い周波数に変化していることが分かる．図中に示すスペクトル振幅を小さく評価し始める周波数は，次式に示す式(2.23)を変形することにより得られる精度が保証される周期と対応し

ていることも分かる.

精度が保証される周期=(4―6)×地層厚/せん断波速度　(2.24)

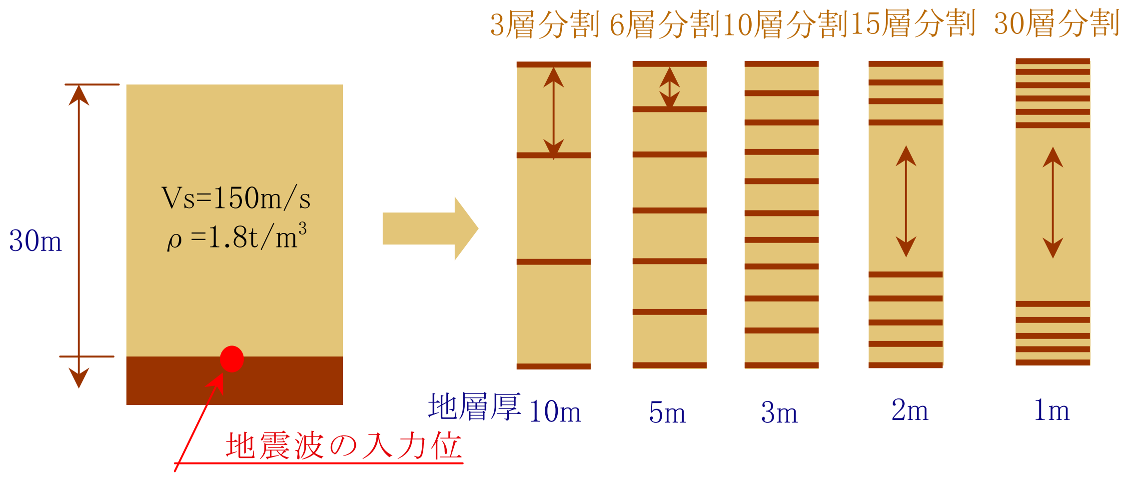
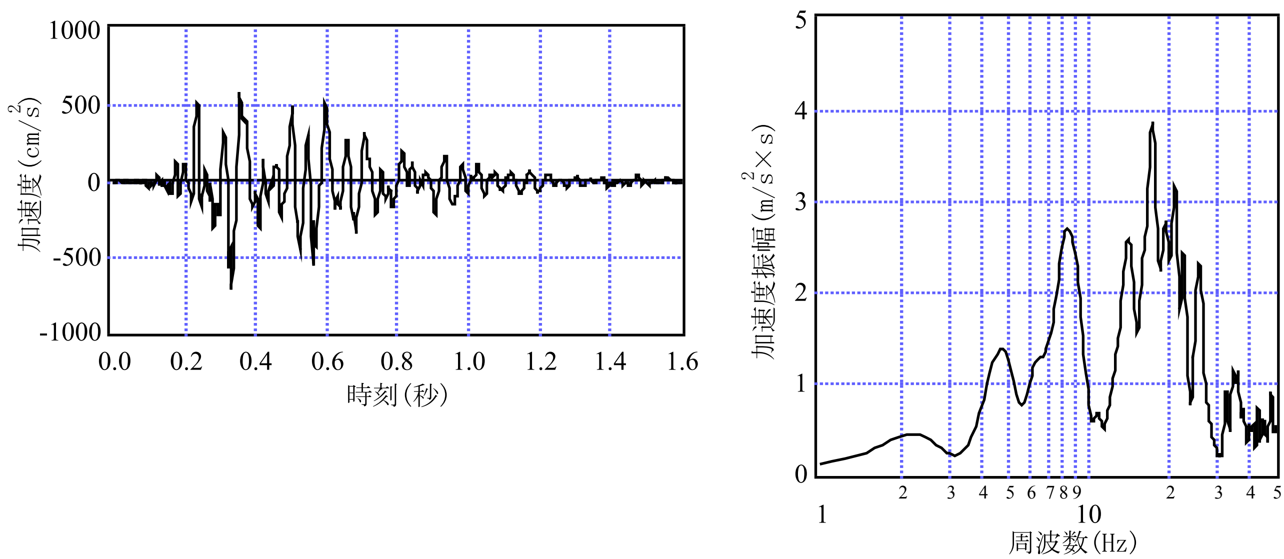


図 2.19　解析地盤モデル



a)入力地震動　b)フーリエスペクトル

図 2.20　入力地震動の特性

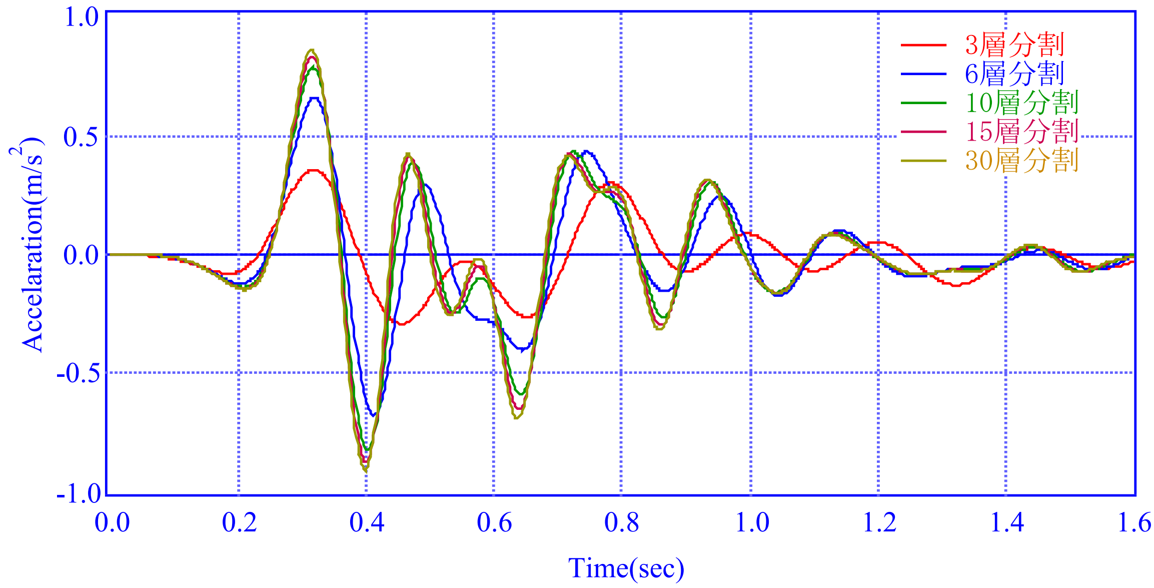


図 2.21　地層分割に応じた地表面応答加速度時刻歴の比較

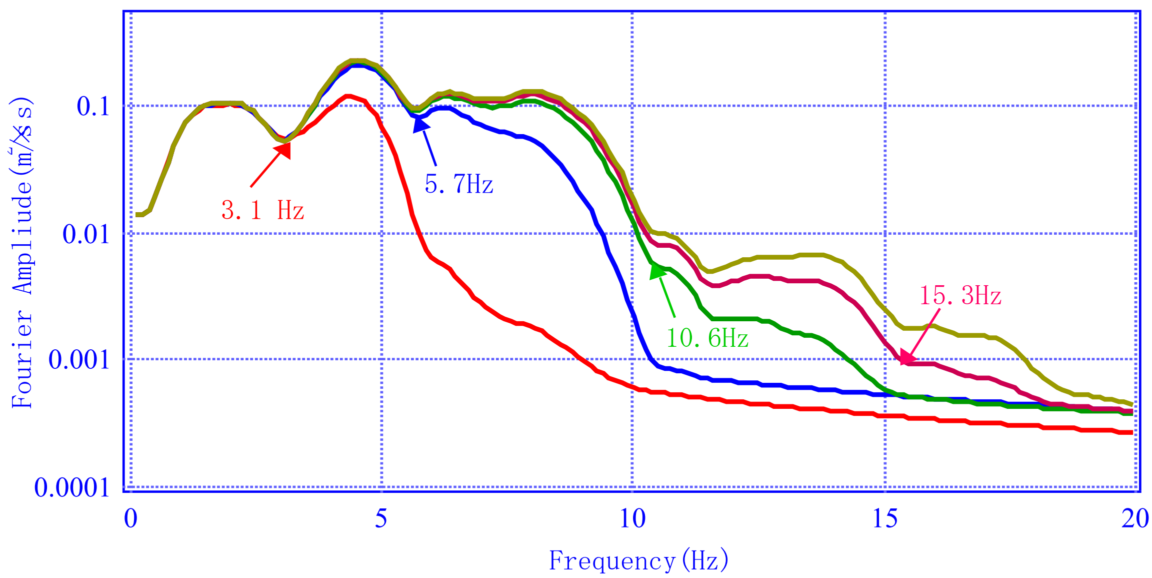


図 2.22　地層分割に応じた地表面応答加速度のフリーエスペクトルの比較

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

2) 地層分割が非線形地震応答に及ぼす影響

地層は地盤材料特性を表す最小空間であり，1 つの地盤材料の応力やひずみ関係により非線形挙動が表現される．時間空間での解析法では，地層内でのひずみは一定であることから，そのひずみまた応力により地層内で一つの応力とひずみの非線形挙動を表すことができる．一方，周波数空間の解析法では，前項で示したように地層内の変位やひずみ分布は，線形応答で示したように周波数毎の波動方程式の理論解により分布を直接評価できるものの，地盤材料の非線形挙動の評価は地層内のある位置における応力やひずみの関係に基づいて行うことが必要となる．その様に，地層内のある位置における応力とひずみの関係をその位置によらずその地層の応力とひずみの関係を表すためには，時間空間での解析法と同様に地層内での応力やひずみが一様であることが必要となる．

このことから，地盤の非線形地震応答を評価するためには，周波数空間での解析法も前項で示した時間空間での解析法と同様な考え方で地層分割を行うことが必要となる．さらに，両解析法とも，地盤材料の非線形化によるせん断剛性の低下によるせん断波速度の低下を考慮し，精度を保証したい周期にもとづいて地層厚を設定することが必要となる．

ここで，前項と同じ地盤モデルを対象とし，その影響を実例にて示す．周波数空間での解析法には 4 章で述べられる手法を用いた非線形解析コード dyneq-M[2)]を用いた．地盤材料の非線形特性には双曲線モデルを用い，その強度定数として内部摩擦角 35 度を用いた．

まず，解析により得られた地表面の最大応答加速度および最大相対変位と地層分割数の関係を図 2.23 に示す．最大相対変位は地層分割数に応じて値が低下してる．また最大加速度も，地層分割数に応じて値が低下してるものの，6 層分割以上では分割数が最大応答に及ぼす影響は線形応答に比べ小さい．これは，地層の応答せん断応力は，せん断強度以上ならないないため，応答せん断応力がせん断強度に近い値となった地層より上にそれ以上の力が伝達されないことにより，最大応答加速度の頭打ち現象が生じていることも影響している．次に，地層分割による最大応答の変化の大きな相対変位の時刻歴を図 2.24 に示す．これより，地層分割が 3 および 6 層の変位時刻歴にはそれ以上の分割数の時刻歴に比べ，高周波数成分の含まれる割合が小さいことが分かる．また，図 2.25 に地表面加速度のフーリエスペクトルを示す．これより，線形応答でみられたような地層分割に応じ，応答を小さく評価する周波数が変化している様子が見られないことが分かる．しかし，地層分割が 3 および 6 層の場合のスペクトル振幅は，2.5Hz 近傍より高周波数側にて明らかにそれ以上地層分割数の場合と異なっており，高周波数の影響を適切に評価していないことが分かる．非線形応答

解析の場合，その精度が保証される周波数の影響に加え，その影響に基づいて得られる各層のせん断剛性の低下などの非線形挙動が地盤全体とした本来生じる可能性のある地盤内の各位置での非線形挙動を適切に評価するものとなっていこることが必要となる．この様な非線形挙動の評価という観点では，地層分割によらず応答が同程度となる最小の地層分割数を評価することが重要となる．この地盤モデルでは，30 層分割に対し 60 層分割に対する最大相対変位の変化は 5%程度であることから，概ね 30 層分割程度である程度の精度で変位や加速度応答を評価できると考えられる．

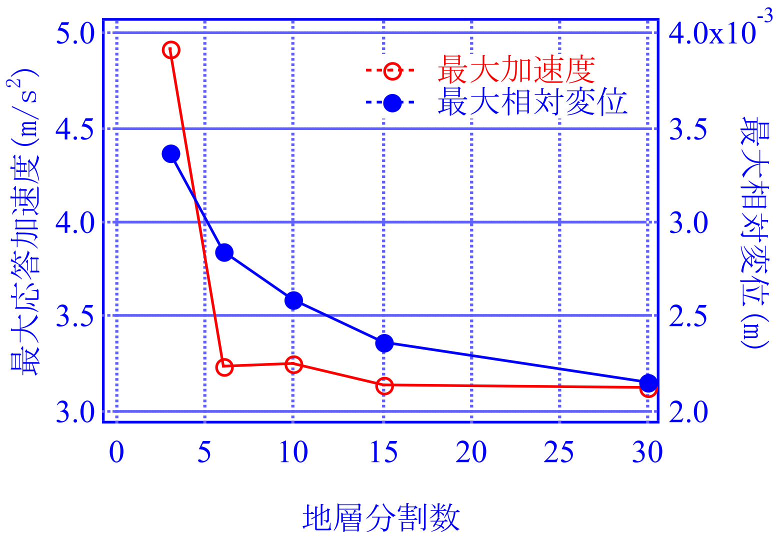


図 2.23 地層分割に応じた地表面最大応答加速度 最大相対変位の比較

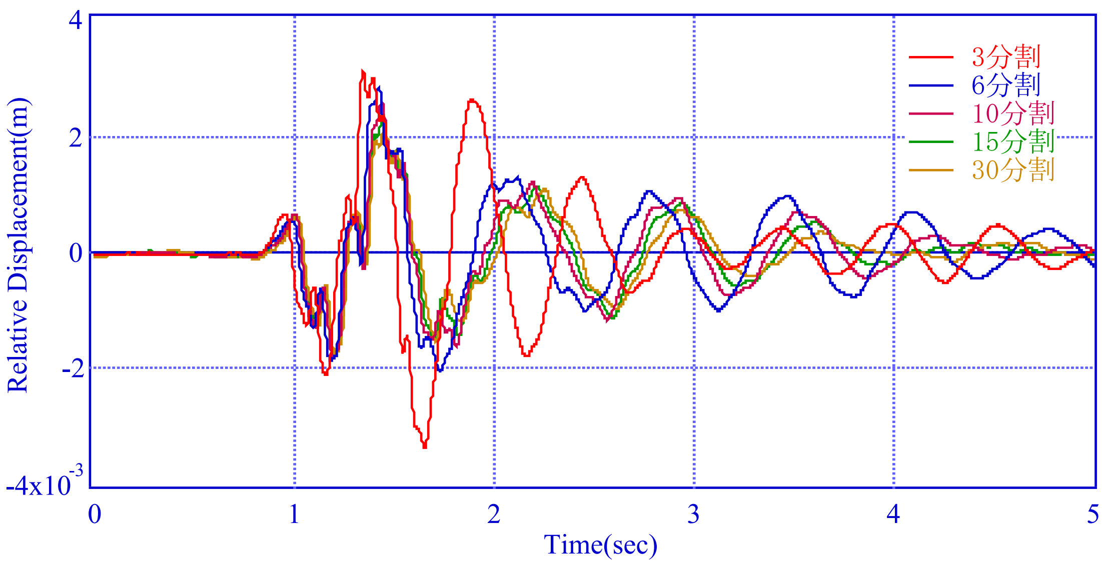


図 2.24 地層分割に応じた地表面応答相対変位時刻歴の比較

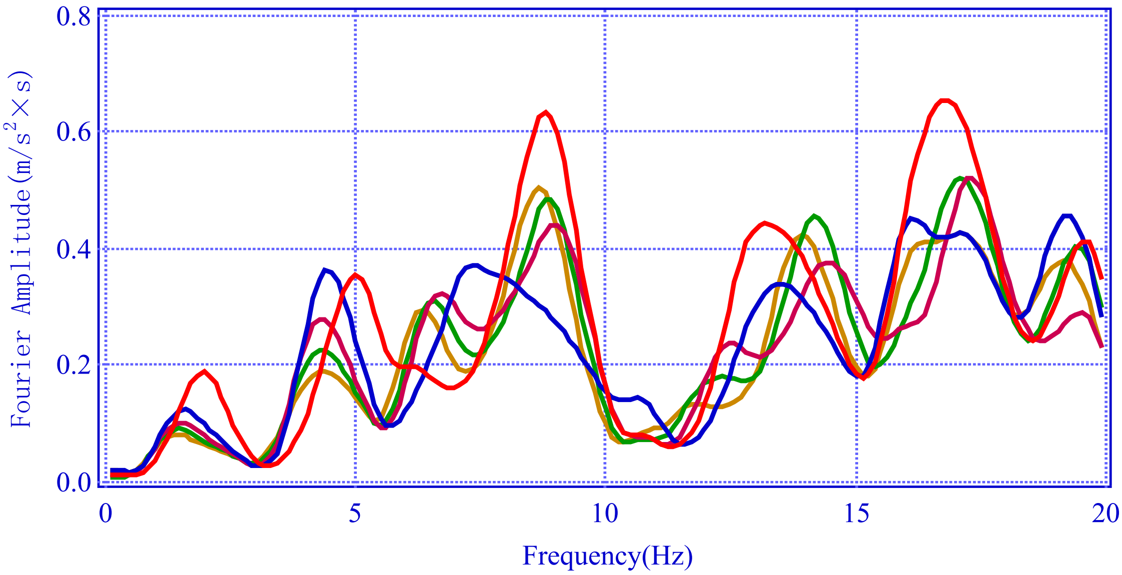


図 2.25 地層分割に応じた地表面応答加速度のフリーエスペクトルの比較

2.3 現状と課題

2 章では，地盤の土質性状や材料特性などに応じ，同一の材料特性を有する地盤空間の最小単位である地層へ分割する地盤構造のモデル化，およびその地層内の地盤材料の基本定数や応力とひずみの関係などの特性に関するモデル化について，基本的な考え方を示した．地盤の応答，特に強震時における地盤の強非線形応答を評価するためにはその 2 つのモデル化を適切に行うことが必要であるが，得られる地盤の諸特性に関する情報量に応じそのモデル化は制約されることになる．さらに，用いる解析法とそれらモデル化とは，必要な応答を評価するために不可分な関係にある．このことから，まず，解析法に応じた地盤材料の非線形性の取り扱いに関する現状について示す．次に，解析法のうち，これまで設計などで多用され，得られる情報量が少ない場合でも条件を適切に設定することにより適当な応答を評価することが可能な手法である等価線形化法について，その課題を示す．

1) 解析法に応じた地盤材料の非線形性の取り扱いに関する現状

前章で示した時間空間での解析法および周波数空間での解析法のうち，前者は地盤材料の非線形挙動の経時的変化をその応力とひずみの関係モデルを用いることにより逐次評価することが可能であり，実挙動を適切に評価可能な手法である．一方，後者の手法は，地盤の応答を周波数毎の定常な応答の和として求めることから，入力地震動の強さ

の時間変化に応じた地盤物性の変化を直接考慮することが出来ない．そのため，最大応答を適切に評価することを主目的とし，等価線形化法により地盤材料の非線形化を考慮する手法が用いられている．この手法は，以下の特徴を有していることから，従来より設計面で多く用いられてきた手法である．

㈰地盤材料の非線形特性を表すための入力情報が逐次非線形解析法に比べ比較的少ない

㈪設計に必要な最大応答をある程度の精度で評価できる

㈫地表面での地震動を入力として地盤内の応答を評価することが可能である

ここで，㈫の特徴は，地盤の地震応答である地表面の地震動を入力とした解析が可能であることであり，時間空間での解析法には困難な大きな利点である．また，㈰について補足すると，液状化の様に過剰間隙水圧の発生に伴う有効応力の低下により，剛性が低下する様な現象の解析である有効応力解析以外，つまり全応力解析においては逐次非線形解析との差異は殆どないといえる．従来，等価線形解析における地盤材料の非線形性に関する入力情報はそのひずみ依存特性であり，離散的に表現された地盤物性とひずみの関係について地盤毎の統計的代表値，または室内実験により得られたその関係を直接入力することが可能となっていた．その利点は，地盤材料の非線形特性に関する知識や判断技術の乏しい設計者にも適切な判断を行うことなく，機械的に設定可能という点にあった．しかし，2.1 節で述べた数理モデルによる応力とひずみの関係を地盤物性のひずみ依存特性の形式で表現し，解析コードに組み込むことにより，地盤材料の非線形特性はそのモデルパラメーターのみを入力すること表現することが可能となる．さらに，せん断剛性やせん断強度の拘束圧依存特性も解析コードに組み込むことにより容易に評価することが可能となっている．このことから，周波数空間の解析法においても，地盤材料の非線形特性の設定については時間領域の解析法と同様な評価技術が必要となっている．

非線形性の取り扱いという観点でみると，震動解析法は線形解析，等価線形解析及び逐次非線形解析の 3 つに分類される．それら解析の精度は非線形性の程度つまり発生ひずみの大きさに依存することになる．その 3 つの解析の適用範囲は発生ひずみの大きさとの関係し，線形解析が概ねせん断剛性の低下が初期剛性の 80〜90%程度，等価線形解析は非線形性の目安となる基準ひずみ(=せん断強度/せん断剛性)の数倍，逐次非線形解析はせん断剛性の低下が初期剛性の 10%を下回るひずみ数%であり，図 2.26 に示すとおりである．等価線形解析と逐次非線形解析による発生ひずみに応じた最大応答の比較事例により，最大加速度は逐次非線形解析に比べ等価線形解析の応答が大きな値となっているが，最大相対変位はその逆の傾向を示している[3)]．

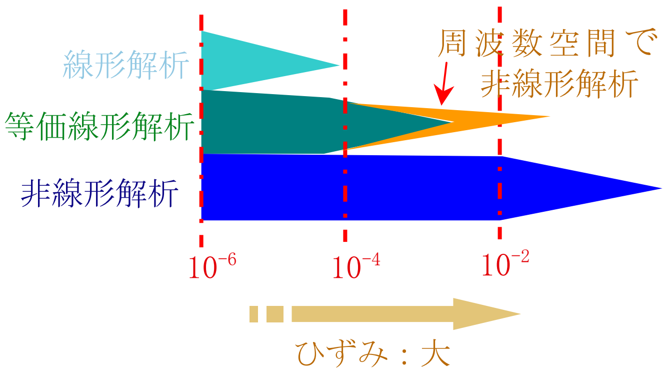


図 2.26　ひずみレベルに応じた解析法の適用範囲

2) 等価線形化法の課題と現状

設計などで多用されてきた等価線形解析は，図 2.26 に示した様に地盤内の応答ひずみが 10^{-3} を少し越える範囲が適用範囲であることが指摘されている [4)]．ひずみが 10^{-2} を越える様な強非線形挙動に適用すると，図 2.27 に示すように有効ひずみ評価時の係数に起因するせん断強度の過大評価による加速度の過大評価 [5)]，全周波数に対して一定の減衰を用いることによる高周波数成分の増幅の過少評価よる加速度の過少評価 [6)]等の課題が指摘されている．後者は，従来の等価線形解析では周波数毎の応答ひずみレベルに依らず有効ひずみに対する減衰特性を全周波数で一定値として用いているため，応答ひずみレベルの小さい周波数において減衰を過大に評価していることが原因であるとしている．これら精度上の課題のうち，高周波数成分の減衰特性については杉戸ら [6)]，さらにそれと有効ひずみ評価時の係数への対処について吉田ら [7)]がその対処方法を示してはいるが，それはその課題だけではなく非線形挙動の評価とも関連しており，物理的に有意な手法としての対処が必要であることは言うまでもないことである．

従来の周波数領域での非線形解析法の課題は，地盤の塑性化に伴う震動特性の時間的変化と残留変形の時間変化に伴う 2 つの過程，つまり強い非定常な挙動を適切に評価できないことにあると考えられる．ここで後者の差異を克服することは周波数領域での解析が定常不規則過程を前提としていることから困難であるとともに，改善出来たとしても周波数領域での解析手法の簡易性という観点で有意とは言えない．一方，前者については，周波数領域と時間領域における解析上の応力-ひずみ履歴の取り扱い差異を改善すること，言い換えれば時間領域における非定常不規則な応力-ひずみ履歴を，周波数領域，つまり定常不規則過程の枠組みの中での適切にモデル化することにより評価が可能であると考えられる．しかし，その差異については，載荷速

度の異なる土の動的変形特性に関する実験的評価はあるもの，周波数領域での土の応力-ひずみ関係や動的変形特性に基づいた評価がなされていない．その様な課題を克服するため，時間空間と周波数空間の応力とひずみの関係を関連づけ，それに基づいた物理的意味を有する周波数空間での非線形地震応答解析法が中村[3)]により提案されている．その手法は 4 章にて述べられる．

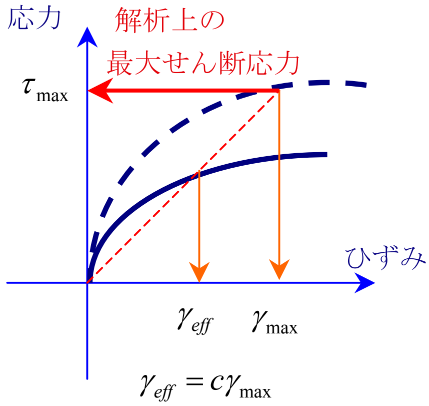


図 2.27 有効ひずみの概念がもたらす解析上の応力とひずみの関係の過大評価のイメージ

参考文献

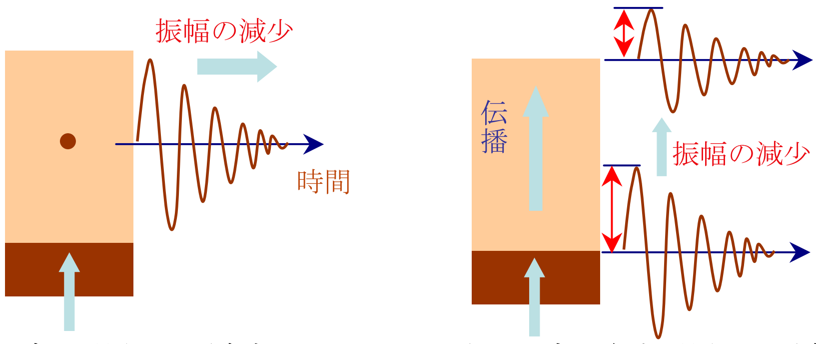
1) 吉田望，東畑郁生：「Yusa-yusa2 理論と解説」，1991
2) 中村晋，吉田望，周波数領域での地盤材料の動的変形特性に基づく地盤の非線形地震応答解析法の提案，土木学会論文集，No.722/III-61，pp.169-187，2002
3) 中村晋，2.3 地盤の地震応答解析法，地盤・基礎構造物の耐震設計，(社)地盤工学会,pp.53-65，2001
4) Ishihara,K. :Evakuation of soil properties for use in earthquake response analysis, Proc. Int. Symp. on Nyumerical Models in Gepmechanics, pp.237-259, 1982
5) 吉田望，2.2 実用プログラム SHAKE の適用性，軟弱地盤における地震動増幅特性シンポジウム発表論文集,(社)地盤工学会-軟弱地盤における地震動増幅と被害に関する研究委員会,pp.14-31,1994
6) 杉戸真太，合田尚義，増田民夫：周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察，土木学会論文集,No.493/III-27, pp.49-58,1994.6
7) 吉田望，小林悟，三浦均也：大ひずみ領域を考慮した等価線形地震応答解析手法，第 25 回地震工学研究発表会，pp.297-300,1999

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

第3章　減衰特性

3.1 減衰の考え方

減衰とは，地盤内の振動振幅レベルが時間･空間変化により低下する現象を示している．その減衰現象を，解析対象領域の内部の現象を表す内部減衰と，解析対象領域から外部の現象を表す外部減衰の 2 つに分けて考える．まず，内部減衰とは，対象としている地盤空間内で，図 3.1(a)に示す様に地盤中のある位置における振動の振幅レベルが時間とともに減少する現象と図 3.1(b)に示す様に地震動が地盤中を伝播する過程で振動レベルが低下する現象の 2 つを示す．



a)時間変化過程での減衰　　　　b)空間内の伝播過程での減衰

図 3.1　現象としての内部減衰のイメージ

外部減衰とは，図 3.2 に示す様に対象としている地盤空間より外部に振動が放射されることにより，対象としている空間内部の振動レベルが低下する現象であり，逸散減衰とも呼ばれる．

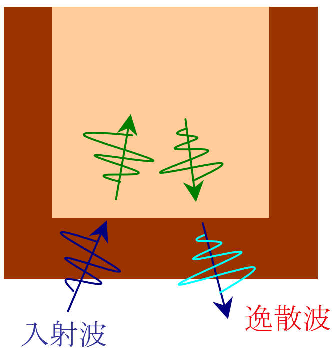


図 3.2　現象としての外部減衰のイメージ

その様な減衰現象の生じる原因は，現象によって異なっている．内部減衰のうち，前者の現象は土粒子などの摩擦や地盤材料の非線形挙動，つまり応力-ひずみ履歴によるエネルギー消費に起因する現象であり，履歴減衰と呼ばれている．この現象は，地盤媒質のミクロな空間，つまり前章で示した地盤材料の応力とひずみの関係を規定する土質試験装置レベルの空間を対象としている．また，後者の現象は，地盤空間内の地盤物性の空間的な不均質性や地層境界の不陸などに起因し地震波動が散乱しながら伝播することにより生じる現象と考えられており，散乱減衰とも呼ばれている．

その様な内部減衰を定量的に評価する指標として，いずれの減衰現象も地盤の変形に伴うエネルギー消費によって生じると考えた式(3.1)に示すQ値や減衰定数 h が用いられている．式に示す様にそれら減衰を表す指標は，地震動の伝播時に土中内の基本体積において 1 周期あたりの振動におけるエネルギー損失ΔWと最大ひずみエネルギーWの比と関連づけられている．式(3.2)および式(3.3)は，振動振幅$U(t)$，$U(x)$の時間t，空間x軸方向の減衰現象の Q 値を用いた表現形式である．ここで，U_0は初期振幅，ω は円振動数，V は地盤のせん断波速度(振動の伝播速度)を表す．

$$\frac{1}{Q}=2h=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\Delta W}{W} \tag{3.1}$$

$$U(t)=U_0\exp(-\frac{\omega t}{2Q_T}) \tag{3.2}$$

$$U(x)=U_0\exp(-\frac{\omega x}{V\cdot 2Q_S}) \tag{3.3}$$

ここで，散乱減衰を量的に表現するQ_Sの値は図 3.3 に示す様に周波数依存性を有することが指摘されている[1)2)]．

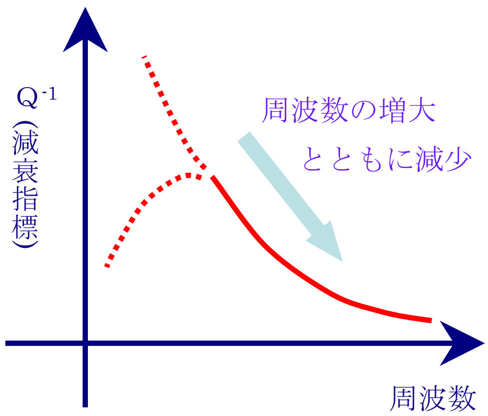


図 3.3　散乱減衰の周波数特性

これ以外に，時間空間における解析法では，時々刻々の地震応答を算出する際に用

いられる時間積分法，例えば有効応力解析などに用いられる Wilson の θ 法では，その手法自体に減衰作用が内在していることに留意する必要がある．ここでは，その様な数値積分法による減衰作用については言及しない．

3.2 モデル化

ここでは，地盤の震動解析に用いる解析法に応じた各減衰のモデル化手法を示す．

1）内部減衰

内部減衰には，前述の様に履歴減衰と散乱減衰とがある．それらは減衰現象の発生過程の差異を表しているが，震動解析，特に非線形挙動を対象とした解析においては非線形性を支配する応答ひずみレベルに応じて減衰特性を取り扱う方が便利である．まず，応力とひずみの関係が線形の範囲内における減衰は，主に対象としている地盤構造や物性の空間的な初期構造に起因する散乱減衰が支配的となる．しかし，後述するようにその特性モデルの値が工学的に容認されるレベルとして評価されていないモデルが多いことから，一部を除きその特性への配慮は実施されていない．このことから，従来より，三次元的な地盤空間を 1 次元また 2 次元構造にモデル化する過程で生じる実現象に対するモデル化の誤差の保証，さらに解析手法に応じた解析上の安定性の確保という観点で，暗黙のうちに導入される初期減衰が用いられてきた．次に，応力とひずみの関係が非線形域にある場合の減衰は，主に応力とひずみの関係の履歴により消費されるエネルギーに起因する履歴減衰が支配的となる．また，地盤材料の非線形化により変化した地盤物性の空間分布に対する散乱減衰の影響も考えられるが，その特性は十分に解明されているとは言えない．非線形域での減衰特性について，減衰定数自体が線形域の値に比べ大きく，線形域でみられる減衰定数の周波数依存性が小さいことから履歴減衰の影響が支配的であるとの報告[3)]がある．このことふまえ，非線形域での散乱減衰は，無視するか，線形域での散乱減衰特性を履歴減衰に加算することにより配慮されている．それらのモデル化は用いる解析法によって異なっており，以下に時間空間および周波数空間における解析法でのモデル化について示す．

a）時間空間における解析法

時間空間での解析法は，1 章で示した様に式(3.4)に示す地震波動伝播時における力

の釣り合いに基づく運動方程式，式(3.5)を解く手法である．式(3.4)中の減衰力は数学的な取り扱いの容易な粘性減衰と呼ばれる相対速度$\dot{U}$に比例する力としてモデル化された減衰モデルであり，一般的によく用いられる．

慣性力＋減衰力＋復元力=外力 (3.4)

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} + [K]U = -[M]\ddot{X}_g \tag{3.5}$$

まず，応答ひずみに応じた履歴減衰は，地盤材料の応力とひずみの関係として非線形モデルを用いることにより復元力項で直接考慮される．履歴減衰の特性は，前章で示した様に用いる非線形モデルに応じて異なることになる．

次に，散乱減衰，モデル化誤差および解析安定上の減衰に関するモデル化について示す前に，式(3.5)中の減衰力項が応答の評価に果たす役割を示す．まず，式(3.5)を多自由度系の運動方程式とする．すると，外力のない自由振動に対するモード解析に基づく自由振動解は式(3.6)に示すとおりとなる．ここで，下添え字 s はモード次数を表す．また，${}_S d_0$，${}_S v_0$は初期変位，初期速度，U_Sはs次モードにおける空間変位分布，h_Sは$[C]$より得られる s 次モードにおける減衰定数を表す．式(3.6)に示す応答変位は s 次モードにおける空間変位分布U_Sに時間ととも低下する exp$e^{-h_S \omega t}$が乗じられていることから，その減衰項は時間と空間的な振幅レベルの変化を表現するために用いられていることが分かる．

$$u(t,\omega) = \sum_{S=1}^{N} U_S e^{-h_S \omega t} \left({}_S d_0 \cos\sqrt{1 - {}_S h^2}\, {}_S\omega t + \frac{{}_S v_0 + {}_S h \cdot {}_S \omega \cdot {}_S d_0}{{}_S \omega} sin\sqrt{1 - {}_S h^2}\, {}_S\omega t \right) \tag{3.6}$$

ここで，減衰マトリックス$[C]$は，式(3.7)に示す質量・剛性マトリックスと関連づけられた Rayleigh 減衰モデルが一般に用いられている．特に，地盤を対象とした多自由度の振動系を対象とする場合，解析上の取り扱い易さから，Rayleigh 減衰以外の減衰モデルは用いられていないといっても過言ではない．

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \tag{3.7}$$

この Rayleigh 減衰モデルを用いることにより，モード毎の減衰定数は式(3.8)に示すモード円振動数ω_Sとモード減衰定数h_Sとの関係に基づきパラメーターα，βを設定することより一意的に決定される．

$$2h_S = \frac{\omega_S}{\alpha} + \beta\omega_S \tag{3.8}$$

その特性は図 3.4 に示すようにモード次数が大きくなる，言い換えれば各次固有の周

波数が大きくなるにつれモード減衰定数が大きくなるという性質を有している．このことから，散乱減衰は，この減衰モデルを用いる限り直接表現することができないことになる．つまり，式(3.6)中の減衰項はモデル化誤差および解析安定上の減衰を含む初期地盤構造に対して付与すべき減衰特性を考慮するために用いられていると言える．その際，減衰定数は，Rayleigh 減衰が有する特性をふまえ，振動の卓越する周波数帯でのモードに対し，数%程度の減衰定数がこれまでの経験より与えられている．しかし，その物理的根拠は極めて希薄であることに留意する必要がある．

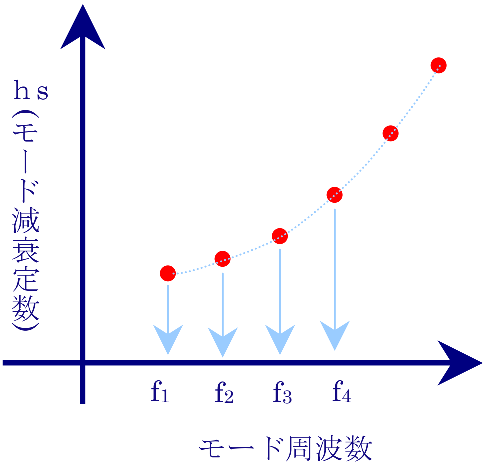


図 3.4　Rayleigh 減衰のモード減衰定数の特性

b）周波数空間における解析法

周波数空間での解析法は，1 章で示した様に式(3.9)に示す波動方程式の円振動数ωに対する定常な振動解に基づく手法である．ここで，波数 k はせん断波速度 Vs とせん断剛性の関係($V_S=\sqrt{G/\rho}$)を用いることにより，式(3.10)に示すようにせん断剛性を用いて表すことができる．すると，波数 k は，式(3.11)に示す様に，式(3.10)のせん断剛性Gを 2 章で示した線形粘弾性理論に基づいた複素剛性$\{\tilde{G}=G(1+2hi)\}$に置き換えることにより得られる複素波数となる．減衰特性は，複素波数を式(3.9)に代入することにより式(3.12)の前項で示した空間方向の減衰として表現される．

$$U(z,\omega)=\{\tilde{E}\exp(ikz)+\tilde{F}\exp(-ikz)\}\exp(i\omega t) \tag{3.9}$$

$$k=\frac{\omega}{V_S}=\omega\sqrt{\frac{\rho}{G}} \tag{3.10}$$

$$\tilde{k}=\omega\sqrt{\frac{\rho}{\tilde{G}}}=\omega\sqrt{\frac{\rho}{G(1+2hi)}}=k_R+ik_I \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}U(z,\omega)&=\{\tilde{E}\exp(i\tilde{k}z)+\tilde{F}\exp(-i\tilde{k}z)\}\exp(i\omega t)\\&=\{\tilde{E}\exp(ik_Rz)\exp(-k_Iz)+\tilde{F}\exp(-ik_Rz)\exp(k_Iz)\}\exp(i\omega t)\end{aligned} \tag{3.12}$$

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

一方，時間軸方向の減衰現象は，この解析法が円振動数ω毎の定常振動解の重ね合わせとして不規則過程を表現する手法であることから，円振動数ωに対する定常解として直接表現することはできないものの，その重ね合わせの結果として時間軸方向の減衰は表現されることになる．このことから，散乱減衰および履歴減衰の特性は，複素剛性でもちいられる減衰定数hまたQ値によって表現することになる．ただし，時間空間における解析法で時間積分過程での不安定性を回避するために考慮する必要のある減衰は，この解析法では時間積分が不要となり考慮する必要がない．

この解析法では，地盤の応答が線形範囲内に生じる散乱減衰，モデル化誤差に起因する減衰および履歴減衰がすべて式(3.12)中の減衰定数によって考慮されることになる．このことから，各減衰特性は，次式に示すひずみレベルの大きさに応じて考慮する減衰特性を変えるモデルが一般的に用いられてきた．その減衰の周波数特性は図3.5に示すとおり周波数によらず一定であり，ひずみの大きさのみに依存する特性を有している．

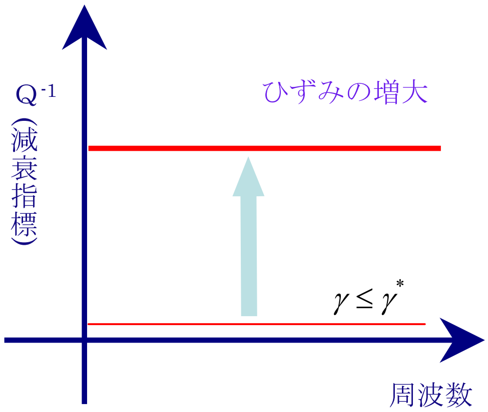


図 3.5 周波数空間での解析における従来の減衰の周波数特性

ここで，微小ひずみ時の減衰特性としてモデル化誤差に起因する減衰や散乱減衰を含む減衰として初期減衰h_0，応答ひずみが大きく，言い換えれば地盤材料の非線形性の影響が表れる場合の減衰として，前章で示した減衰定数のひずみ依存特性により規定される減衰履歴$h(\gamma)$が用いられる．

$$\left.\begin{aligned} h &= h_0(\gamma < \gamma^*) \\ h &= h(\gamma)(\gamma \geq \gamma^*) \end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

このモデルは，従来よりよく用いられてきた解析コード「SHAKE」における減衰特性モデルであり，散乱減衰が考慮されていないのが特徴である．ここで，初期減衰h_0は，

時間空間における解析法と同様にモデル化誤差の保証減衰としての意味合いが強く，その値は従来よりの経験により数%として設定されることが多い．

最近，このモデルでは微小ひずみ時の減衰として周波数依存の散乱減衰の影響が考慮されていないため，Dainity[4]や Rovell[5]らにより提案された式(3.14)に示すように応答ひずみの大きさに依存しない散乱減衰 $h_S(f)$ と応答ひずみの大きさに依存する地盤材料の履歴減衰 $h_N(\gamma)$ との和として表現する減衰モデルが導入されている[6]．この表現は，低ひずみレベルの応答に対しては第1項の周波数依存減衰特性，高ひずみレベルに応答に対しては第 1 項および第 2 項の減衰特性を考慮するというモデルであり，地盤材料の非線形化により周波数依存性が小さくなる，言い換えれば地盤材料の履歴減衰の影響が大きくなること [3]も考慮できるモデルとなっている．この減衰モデルの周波数特性は図 3.6 に示すとおりである．

$$h = h_S(f) + h_N(\gamma) \tag{3.14}$$

$$h_S = h_{S0} f^{-a} \tag{3.15}$$

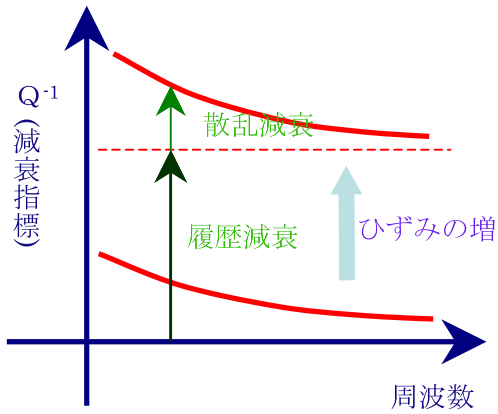


図 3.6 周波数空間での解析における減衰の周波数特性

ここで，周波数依存減衰は木下 [1]，佐藤ら [2]などによる小地震の記録に基づく地盤の減衰特性の分析により示された周波数の指数関数としてのモデルを用いれば，式(3.15)となる．このモデルは，地震応答解析や減衰特性の推定に適用 [7),8),9]されている．

2）外部減衰

外部減衰とは，一元地盤構造を対象とした場合，図 3.7 に示す様に解析対象領域への入射波に対するその領域からの反射波である逸散波の影響により，時間とともに解析対象領域の振動レベルが低下する現象を示す．つまり，外部減衰を考慮するということは，解析対象領域の境界における振動成分が入射波成分と反射波成分に分けて表現する

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

ことを意味する．以下に，地盤の震動解析に用いる解析法に応じたモデル化手法を示す．

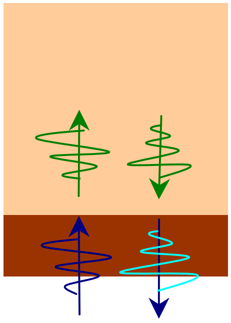


図 3.7 解析対象領域への入射・反射波

a) 時間空間における解析法

図 3.7 に示した様に解析対象領域へ地震波を入射波として入力する層は，一般にその層の非線形化が生じず，周辺領域にも同じように存在するその上の層との波動インピーダンスが大きいという条件を満足する基盤層と呼ばれる層に設定される．その層とその上の層との境界位置の変位 $u_B(t)$ は，次式に示す様に入射波つまり上昇波成分 $E_B(t-z/V_B)$ と反射波，下降波 $F_B(t+z/V_B)$ の和と表される．ここで，V_B は基盤層のせん断波速度である．

$$u_B(t)=E_B(t-\frac{z}{V_B})+F_B(t+\frac{z}{V_B}) \tag{3.16}$$

すると基盤層内のせん断応力は，$t-z/V_B$ を Z_E，$t+z/V_B$ を Z_F と置き換えることにより式(3.17)の様に得られる．

$$\begin{aligned}\tau_B(t)&=G_B\frac{\partial u_B(t)}{\partial z}=G_B\{\frac{\partial E_B(t-z/V_B)}{\partial z}+\frac{\partial F_B(t+z/V_B)}{\partial z}\}\\&=\frac{G_B}{V_B}\{-\frac{\partial E_B(Z_E)}{\partial z}+\frac{\partial F_B(Z_F)}{\partial z}\}\end{aligned} \tag{3.17}$$

ここで，Z_E，Z_F に置き換えられた変数を時間関数 t_E，t_F と見なすことにより，式(3.17)の空間微分は式(3.18)の様に時間微分，つまり入射波と反射波の速度成分を用いて表すことができる．

$$\begin{aligned}\tau_B(t) &= \frac{G_B}{V_B}\{-\frac{\partial E_B(t_E)}{\partial t} + \frac{\partial F_B(t_F)}{\partial t}\} \\ &= \frac{G_B}{V_B}\{-\dot{E}_B(t - z/V_B) + \dot{F}_B(t + z/V_B)\}\end{aligned} \tag{3.18}$$

また，基盤層上面における変位の時間微分である速度は式(3.19)のように表すことができる.

$$\frac{\partial u_B(t)}{\partial t} = \dot{u}_B(t) = \dot{E}_B(t - \frac{z}{V_B}) + \dot{F}_B(t + \frac{z}{V_B}) \tag{3.19}$$

すると，式(3.19)を式(3.18)に代入することにより，基盤層内のせん断応力は，式(3.20)のように基盤層上面の速度と入射波の速度を用いて表すことができる．つまり，入射波に対する反射波である逸散波を含む複合波(入射波と反射波の和)としての応答は，図 3.8 に示す様に解析対象地盤と基盤層の境界における式(3.21)に示す力の釣り合いを考慮した基盤層上面位置での運動方程式(3.22)をそれより上の層に対する運動方程式に追加することにより,求めることができる．式(3.22)より，基盤層のせん断応力と力の釣り合いは基盤位置の速度成分を付加することに相当し，物理モデルとしては図 3.8 に示すダッシュポット要素を基盤層に付加したことに対応している.

$$\tau_B(t) = \frac{G_B}{V_B}\{\dot{u}_B(t) - 2\dot{E}_B(t - z/V_B)\} = \rho_B V_B\{\dot{u}_B(t) - 2\dot{E}_B(t - z/V_B)\} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}\frac{\rho_n z_n}{2}\ddot{u}_B &= -\tau_n - \tau_B \\ &= -\frac{G_n}{\Delta z_n}(u_B - u_{n-1}) - (\tau_{on-1} - G_n\gamma_{o,n-1}) - \tau_B\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$m_n\ddot{u}_B + \rho_B V_B \dot{u}_B + (-k_n, k_n)(u_{n-1}, u_B)^T = f_B + 2\rho_B V_B \dot{E}_B \tag{3.22}$$

$$m_B = \frac{\rho_n z_n}{2},\ f_B = -(\tau_{on-1} - G_n\gamma_{o,n-1}) \tag{3.23}$$

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

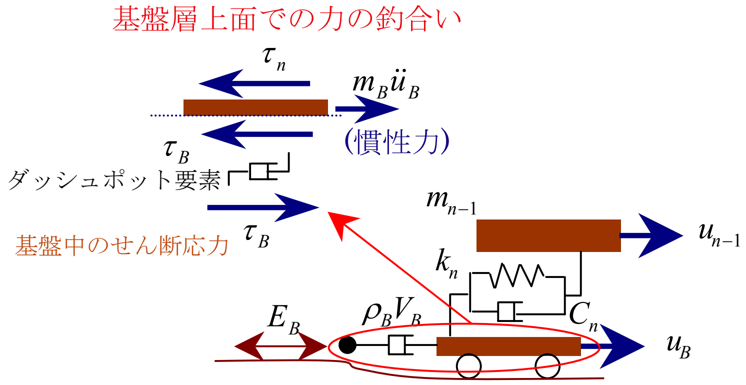


図 3.8　時間空間における解析法に対する外部減衰評価モデル

b）周波数空間における解析法

周波数空間における解析法は，次式に示す波動方程式の円振動数 ω に対する定常な振動解に基づく手法である．その解は，1 次元地盤震動についてみると，地盤中を伝播する波動の上昇波と下降波の和として表されている．

$$U(z,\omega) = \tilde{E}\exp(ikz)\exp(i\omega t) + \tilde{F}\exp(-ikz)\exp(i\omega t) \quad (3.24)$$

=上昇波成分+下降波成分

また，この解析法では，式(3.24)に基づき層境界における変位とせん断応力の連続条件より，式(3.25)に示す層マトリックスを介して，基盤層(B 層)の上昇波(入射波) E_B と下降波(反射波) E_B が F_B と基盤上層(n 層)における上昇波 E_n と下降波 F_n と関連づけられている．

$$\begin{bmatrix} E_B \\ F_B \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} (1+\alpha_n)\exp(ik_n z_n) & (1+\alpha_n)\exp(-ik_n z_n) \\ (1-\alpha_n)\exp(ik_n z_n) & (1-\alpha_n)\exp(-ik_n z_n) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_n \\ F_n \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

このように，周波数空間における解析法では，基盤層を含む地層境界における複合波を上昇波，下降波，また基盤層において入射波と反射波に分けて表現されていることから，自動的に逸散減衰の影響が考慮されているといえる．

3.3 減衰特性の設定上の課題

一般に地盤の震動解析は，地盤材料の非線形性を考慮した非線形地震応答の評価を目的として実施される．このことから，解析に用いる地盤材料の減衰特性を設定する際，応答ひずみレベルが比較的大きい状態に対する減衰定数の評価に留意されることが多い．高ひずみレベルに対する減衰定数の評価も重要であるが，微小ひずみレベルに対する

減衰定数の設定も非線形地震応答を支配する因子として重要である．その一例として，液状化解析における応答解析結果に及ぼすRayleigh減衰の影響を示す[10]．

解析の対象とする地盤は，1995 年兵庫県南部地震において，液状化による著しい被害を受けたポートアイランドにおいて地震観測記録の得られた地盤である．解析上の地盤構造および地盤物性モデルは，すべて吉田ら[11]によりその有意性が示された地表から沖積砂礫地盤内の地震計設置位置(GL-32.4m)までのモデルである．対象地盤の地層は水平成層構造を有し，その構成は液状化の対象となる埋立て土層(マサ土)が GL-3m から 18m，その下に沖積粘性土，沖積砂礫層と続いているとした．過剰間隙水圧の発生にともなう剛性や強度の低下を考慮できる有効応力解析には解析コード YUSAYUSA2[12]，地盤材料の非線形特性には双曲線モデルを用いた．図 3.9 に，初期地盤モデルの 1 次モード(周波数：1.64Hz)の減衰定数が 1%，2%及び 4%となるようにRayleigh 減衰のパラメーターを設定し，有効応力解析を実施することにより得られた地表面の応答変位時刻歴を示す．ここで，Rayleigh 減衰のパラメーターである質量比例定数と剛性比例定数は，1 次モードの減衰定数がモード減衰定数の極小値となるための条件である両項が均等に減衰を分担することに基づき設定した．また，図 3.9 には，液状化層の最下層における過剰間隙水圧の時刻歴も合わせて示す．さらに，同じ解析条件のもとで全応力解析を実施し，得られた地表面変位の時刻歴を図 3.10 に示す．

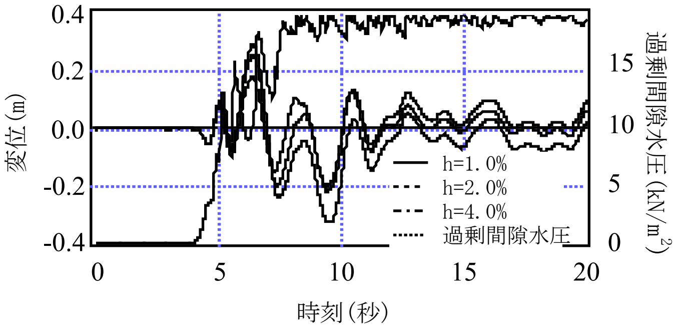


図 3.9　Rayleigh 減衰に応じた地表面応答変位時刻歴(全応力解析)

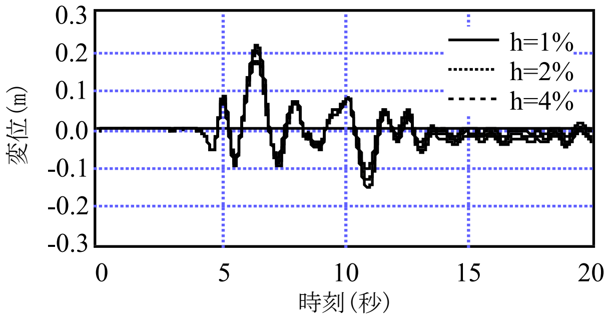


図 3.10　Rayleigh 減衰に応じた地表面応答変位時刻歴(全応力解析)

中村 晋 著
日本大学 工学部 地震工学研究室 助教授

この結果，有効応力解析は全応力解析に比べ，Rayleigh 減衰の値による応答変位の差異，特に液状化が発生した時刻(約 7.5 秒)以降の差異が大きいことが分かる．Rayleigh 減衰として設定した減衰定数，少なくとも1次モードにおける減衰定数は液状化過程における強非線形挙動時の履歴減衰に比べかなり小さいにも関わらず，有効応力解析により得られる液状化時以降の高ひずみ時の応答，例えば残留変形などに大きく影響を及ぼしている．全応力解析においても，有効応力解析に比べると影響は小さいもの，最大応答変位近傍の応答，さらに主要動の以降の残留変形に影響を及ぼしている．

液状化が生じた後の地盤の震動モードは液状化層下端を規準面とする 1 次モードの震動が卓越していることから，その規準面以浅の地盤を 1 自由度の振動系とみなすと，その振動系の復元力特性は図 3.11 に示す地表面変位と規準面上の地盤要素のせん断応力の関係を用いて表すことができる．図より，その復元力特性は，液状化の発生過程では地盤材料特性と同様に破線で示した双曲線型を示し，液状化発生後は，実線で示したようにせん断強度，つまり振動系の復元力が著しく低下している完全弾塑性型を示している．液状化後の復元力の履歴特性より，減衰定数は 1.0 以上つまり過減衰状態となっていると推測される．すると，液状化状態では過減衰状態にあることから，Rayleigh 減衰の影響は，その液状化への移行過程への初期条件である加速度，速度などに大きく影響を及ぼしたため，応答変位に差異が生じたものと推定される．

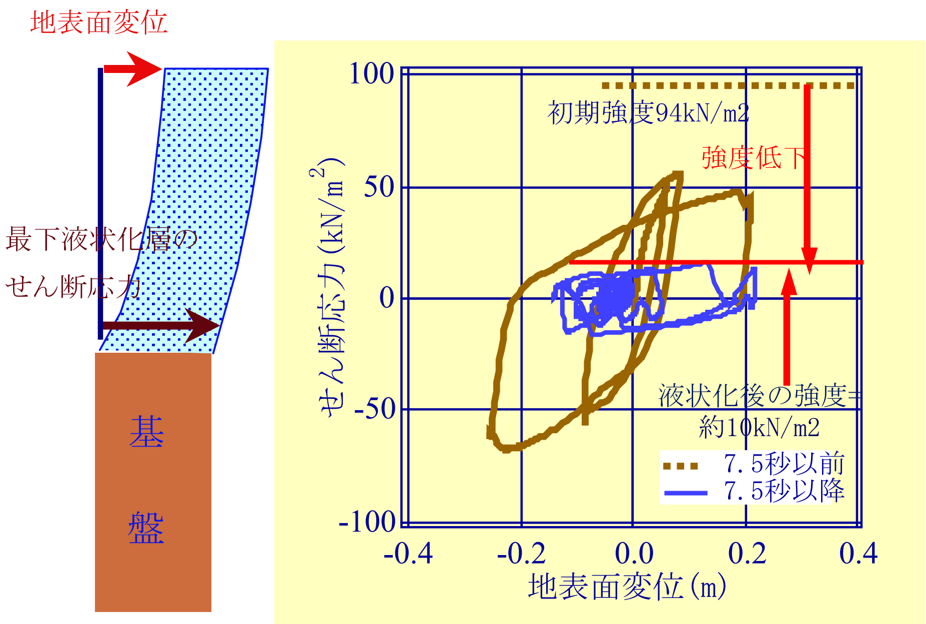


図 3.11 液状化層上面の復元力特性（ポートアイランド）

この様な完全弾塑性型の復元力特性を有する振動系に及ぼす Rayleigh 減衰の影響

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

を把握するため，液状化層下面上の地盤を 1 自由度の振動系とした図 3.12 に示す完全弾塑性型の復元力特性を有する非線形地震応答解析を，弾性時における減衰定数が 1，2，4%の 3 種類となるように Rayleigh 減衰パラメーターを設定し実施した．その応答変位時刻歴を図 3.13 に示す．

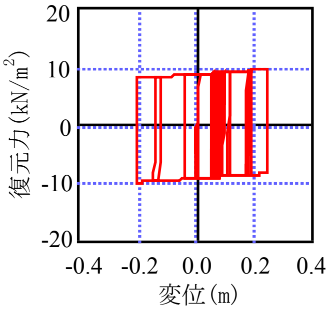


図 3.12　完全弾塑性型の復元力特性を有する 1 自由度系の復元力特性

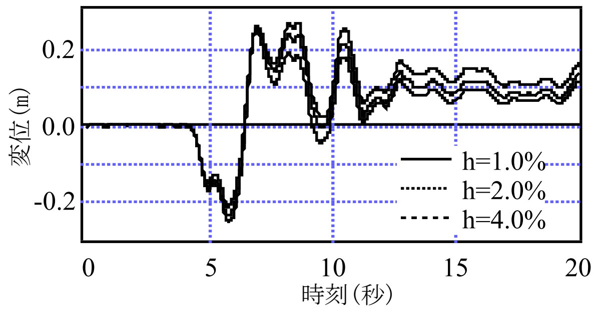


図 3.13　Rayleigh 減衰に応じた応答変位の比較

図より，時刻 4 秒から 6.5 秒までの急激な塑性化過程では隣り合う変位ピーク間の変位差は，減衰定数の増加に伴い低下している．しかし，それ以降，応答変位の差異の著しいものの，隣り合う変位ピーク間の変位差が減衰定数の増加によらず同程度となっている．つまり，その応答変位の差異は，時刻 6.5 秒から 8.5 秒間の減衰定数に応じた応答変位の差異によって生じている．このことは，完全弾塑性型の復元力特性において，復元力がほぼ一定のすべり状態にある場合の力の釣り合いは，慣性力と減衰力，さらにその状態に至った初期状態(加速度，速度)に依存することになる．つまり，減衰力自体履歴減衰の絶対量によらず無視しえず，どの程度の変位で除荷また載荷状態に状態変化するかに対して影響を及ぼしていることになる．特に，完全弾塑性型の復元力を有する振動系では，その点に留意することが重要となる．

以上より，応答変位，特に残留変形量を有効応力解析により評価するためには初期減衰という観点ではなく解析上の安定という観点で小さな値を用いるか，実験また実被害現象などを評価可能な Rayleigh 減衰のパラメーター設定を試行錯誤的に行うなどの配慮が必要であると考えられる．

中村　晋　著
日本大学　工学部　地震工学研究室　助教授

3.4 微小ひずみ時の減衰特性の評価に関する現状

これまでに得られた小地震に対する地盤中を伝播する地震動の減衰特性を評価する手法として以下の3つ [12)]があるが，非線形地震応答の評価対象となる表層地盤についてはほぼ(1)の手法が用いられている

(1)図 3.14 に示す鉛直アレー観測記録を用い伝達関数をフィットする逆解析により求める手法

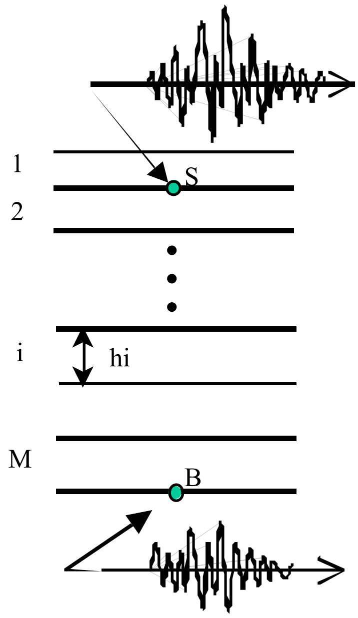


図 3.14　鉛直アレー観測による地中 2 点での観測記録

(2)基盤における入射波と地表面からの反射波の振幅比を用いる方法
(3)直達波と堆積層と基盤層の境界で発生する変換波の振幅比を利用する方法

(1)の方法として，伝達関数には，鉛直アレー観測で得られる地中 2 点での観測記録のスペクトル比と S 波重複反射理論に基づく理論伝達関数，減衰モデルとして次式に示す木下ら [1)]により示された周波数に比例するモデルが一般的に用いられている．

$$h = h_0 f^{\alpha} \tag{3.26}$$

最近では，中村 [6)]により用いられた散乱減衰と履歴減衰の和として表すモデルも用いられている．特に，小林らは，以下の後者に示す各地層のせん断波速度にも依存するモデルを提案している．

$$h = h_0 + h_s f^{-\beta} \ or \ h = \frac{1}{V_S}(h_0^* + h_S^* f^{-\gamma}) \tag{3.27}$$

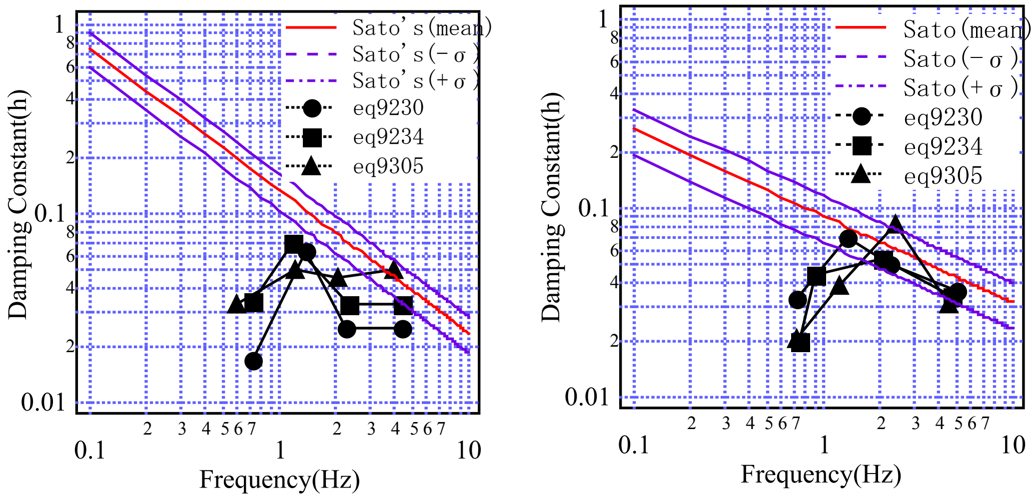
ここで，散乱減衰は本来，対象とする地盤空間の不均質性により生じる減衰であり，マクロな地盤構造，少なくとも表層地盤系に共通の指標であると考えられる．しかし，散乱減衰をも含む微小ひずみ時に減衰特性として，解析上の地盤材料パラメーターとした対処も本質的対処ではないものの暫定的な対象として許容せざる得ない．しかし，全く本質を表していないことには留意する必要がある．加えて，小林ら[9]，佐藤[7]による減衰モデルは，その値自体，周波数 1.0Hz 近傍において 10%，またそれ以上の値を与え，工学的に許容しうるものとなっていない．

従来の逆解析による減衰特性の推定手法には以下の課題があり，現状のモデルでは定量的評価を行うことが困難となっている．

①減衰の値はスペクトル比の絶対振幅に依存するが，その値はフィルター処理などの事前処理により依存すること

②減衰モデル関数を規定し，それに対応する減衰パラメーターを設定していること

このことから，減衰モデルを規定せず，観測波形自体を対象とした観測方程式に基づく時間領域での逆解析法をもちいた，減衰特性の推定が試みられている[13]．それは，拡張ベーズ法を用い，ウエーブレット変換・逆変換により分離された有帯域の観測記録を用い S 波重複反射理論を応答関数として得られる時刻歴波形により，帯域ごとの減衰特性を推定するという手法である．その際，減衰特性は，地層ではなく地盤に依存する，つまりすべての地層で共通の減衰定数を有するとしている．これは，散乱減衰を主とする低ひずみ時の減衰は，地盤物性の空間的不均質性，地層境界の不陸などのマクロ指標であることを前提としている．この手法を仙台高密度強震観測網の長町小学校(2 種地盤，NAGA)および中野小学校(3 種地盤，NAKA)2地点の鉛直アレー観測記録に適用した．その 2 地点で観測された鉛直アレー観測記録のうち，NAGA では地表(GL-1m)およびS波速度600m/sを有する砂礫地盤内(GL-29m)の 2 点，NAKA では地表(GL-1m)および S 波速度 340m/s を有する砂礫地盤内(GL-30m)の 2 点を対象とし，観測記録の水平成分のうち，最大加速度の大きなEW 成分を逆解析に用いた．減衰の同定は観測記録のウエーブレット変換および逆変換により得られた 4 つのサポート区間（j=6；0.26-1.04Hz，j=7；0.52-2.08Hz，j=8；1.04-4.16Hz，j=9；2.08-8.32Hz）の記録を対象とした．両地点で同定された減衰定数 h の周波数特性を図 3.15 に示す．



a)NAGA　　　　b)NAKA

図 3.15　微小ひずみ領域において時間領域で同定された減衰定数と
従来の周波数領域で同定された減衰定数の比較

各サポート区間毎の減衰定数は各サポート区間毎の地表観測記録の 2π× PGV/PGA で定義される中心周期をその区間の代表周期とみなしている．図には佐藤7)が複数の地震について，周波数依存モデルに基づき同定した減衰特性の平均特性およびその±σ区間を合わせて示している．これより，まず言えることは，周波数領域での評価関数に基づく逆解析より同定された減衰定数に比べ，時間領域で同定された減衰特性が有意に小さいということである．特に，地盤の 1 次卓越周波数近傍では，NAGA で 7-5 割程度，NAGA で 7-6 割程度の値となっている．さらに，その周波数特性は 1Hz から 1 次卓越周波数近傍の間で最も大きな値となり，その低・高周波数側で減衰定数の値が小さくなるというキャップ型を示しており，佐藤による散乱理論[14)]による減衰特性と調和的である．

この様に，微小ひずみレベルにおける減衰特性を支配する減衰特性の評価に関する研究は，その特性および実用性という観点で進展をしている．いずれにしても，実務としてもちいる際には，その本質を正しく認識し，用いる解析手法に応じ，適切なモデルを選択することが重要となる．

参考文献

1)　木下繁夫，表層地盤の減衰特性に関する研究，土木学会論文集，Vol.320，pp.15-20,1983.

2) 佐藤春夫;リソスフェアにおける地震波の散乱と減衰-ランダムな不均質構造による一次散乱理論-, 国立防災科学技術センター報告, 第33号, pp.159-170, 1984
3) 末富岩雄, 中村晋:強震時における表層地盤のQ値について, 第8回日本地震工学シンポジウム, pp.589-594,1990.
4) Dainity, A. M.:A Scattering Model to Explain Seismic Q Observation in Lithosphere between 1 and 30 Hz, *G. R. L.*, Vol.8, No.11, pp.1126-1128, 1981.
5) Rovell, A.:On the Frequency Dependency of Q in FRUILI from Short Period Digital Records, *B. S. S. A.* , Vol.72, No.6, pp.2369-2372, 1982.
6) 中村 晋:地震観測記録に基づく表層地盤のせん断剛性と減衰定数について,「地盤および土構造物の動的問題おける地盤材料の変形特性—試験法・調査法および結果の適用—」に関する国内シンポジウム発表論文集,(社)土質工学会,pp.295-300,1994.
7) 佐藤智美, 川瀬博:観測記録から同定した地震動の統計的特性と地盤の非線形性を考慮した強震動予測, 日本建築学会構造系論文集, 第 463 号, pp.27-37, 1994.
8) Suetomi,I., Yoshida,N.:Damping Characteristics of Soil Deposits during Strong Ground Motions, *Proc. Second Int.Symposium on the Effect of Surface Georogy on Seismic Motion,* pp.765-772,1998.
9) 小林喜久二, 久家英夫, 植竹富一, 真下貢, 小林啓美:伝達関数の多点同時逆解析による地盤減衰の推定-その 3-, 日本建築学会大会学術講演梗概集-構造II-, pp.253-254, 1999.
10) 中村晋, 吉田望:液状化過程の地盤震動に及ぼす入力地震動とRayleigh減衰の影響, 応用力学論文集, Vol.4, 2001
11) 吉田望, 中村晋, 末富岩雄:1995年兵庫県南部地震における地盤の非線形挙動とその予測, 第23回地盤震動シンポジウム, pp.39-52, 1995
12) 小林喜久二:2.4 堆積地盤の速度構造と減衰の評価, 地域的特性を考慮した地震動予測, 第27回地盤震動シンポジウム, pp.29-40, 1999
13) 中村晋, 澤田純男, 吉田望, 末富岩雄:拡張ベーズ法を用い時間領域で同定された表層地盤の減衰特性, JEES, pp.211-216, 2002
14) 佐藤春夫;リソスフェアにおける地震波の散乱と減衰-ランダムな不均質構造による一次散乱理論-, 国立防災科学技術センター報告, 第33号, pp.159-170, 1984