

講座「耐震解析」な～んだそれ？
第2回 耐震解析あれこれ！？
－ 解析事例 －

講師：(株)CRC ソリューションズ
工学システム事業部 建設情報部 泉 和伸

平成14年3月に改訂された「道路橋示方書Ⅴ耐震設計編」は、性能規定型の技術基準を目指した内容となっており、橋の耐震設計は、動的特性に応じて従来の震度法と地震時保有水平耐力法の静的照査法か、動的解析による動的照査法の何れかで耐震性能の照査を行うこととなりました。これまでも耐震設計は静的照査法と動的照査法で行ってきましたが、今回の改訂により、今後性能規定型の耐震設計に移行して行くことになり、動的解析はこれまで以上に重要な位置を占めることに成ると思われます。そこで、今回は第1回の「耐震解析あれこれ！？」で説明しました動的解析法の理論を基にした以下の解析事例を説明します。

- ・ 固有値解析
- ・ 応答スペクトル法による解析（以下、応答スペクトル法と呼びます。）
- ・ 非線形動的解析

固有値解析は対象橋梁の基本的な振動特性(固有周期、振動モード等)を把握することを主目的とします。応答スペクトル法はレベル1地震動の動的照査法、または、地震時の振動挙動が複雑な橋に対し、橋梁全体の挙動を把握するための検討に用いられます。非線形動的解析はレベル2地震動の動的照査法に用いられます。(表1に設計地震動、表2に主な動的解析法の特徴を示します。)

表1 設計地震動

設計地震動	内 容
レベル1地震動	橋の供用期間中に発生する確率が高い地震動(道路橋示方書Ⅴ(平成14年)4. 2に規定)
レベル2地震動	橋の供用期間中に発生する確率は低いが大きな強度をもつ地震動(道路橋示方書Ⅴ(平成14年)4. 3に規定)

表2 動的解析法の特徴

解析手法	直接積分法	モード法	
		応答スペクトル法	時刻歴モード法
方法・仮定	<ul style="list-style-type: none"> 多自由度系運動方程式を時間軸に沿って、直接的に数値積分して時々刻々の応答を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 基準座標系からモード座標系に変換し、節点の変位ベクトルを固有ベクトルの線形結合で表し、地震入力に対して固有モードごとに1自由度系としての応答を求め、それらを重ねあわせることにより解を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 各次の応答を数値積分から求め、それを採用モード次数についてモードベクトルを用いて重ね合わせを行い、時々刻々の応答を求める。
		<ul style="list-style-type: none"> 各次の応答を応答スペクトルにより求め、それを採用モード次数についてモードベクトルを用いて重ね合わせを行い最大応答値を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 各次の応答を数値積分から求め、それを採用モード次数についてモードベクトルを用いて重ね合わせを行い、時々刻々の応答を求める。
特徴	<ul style="list-style-type: none"> 計算時間が長い。 応答の経時変化を知ることができる。 非線形解析を考慮できる。 非線形のときは解が不安定になる場合がある。 一つの地震に対する応答結果である。 	<ul style="list-style-type: none"> 計算時間が非常に短い。 絶対値の最大応答のみ評価される。 線形解析のみに適用される。 時刻歴応答結果に近い最大応答が比較的容易に求まる。 多数の地震の特性を反映させられる。 	<ul style="list-style-type: none"> 計算時間が短い。 応答の経時変化を知ることが出来る。 基本的に線形解析のみ適用される。 一つの地震に対する応答結果である。

1. 対象橋梁

解析事例に用いる対象橋梁は、図 1. 1 に示す「道路橋の耐震設計に関する資料(平成10年1月、社団法人 日本道路協会)」のPCラーメン橋の耐震設計例の設計対象橋梁を基に作成しました。なお、今回の解析事例の固有値解析、応答スペクトル法、非線形動的解析に用いる解析モデルは同一モデルとし、橋軸方向の解析を実施した内容を説明します。

1. 1 設計条件

(1) 上部構造(使用材料 表1. 1参照)

形式 : PC3径間連続ラーメン箱桁橋
支間割 : 47. 4m+72. 0m+47. 4m
幅員 : 全幅員 10. 4m
活荷重 : B活荷重
支持条件 : A1、A2橋台可動

(2) 下部構造(使用材料 表 1. 1 参照)

橋脚 : 柱式橋脚(充実断面)
橋台 : 逆T式橋台
基礎 : 直接基礎

表1. 1 使用材料

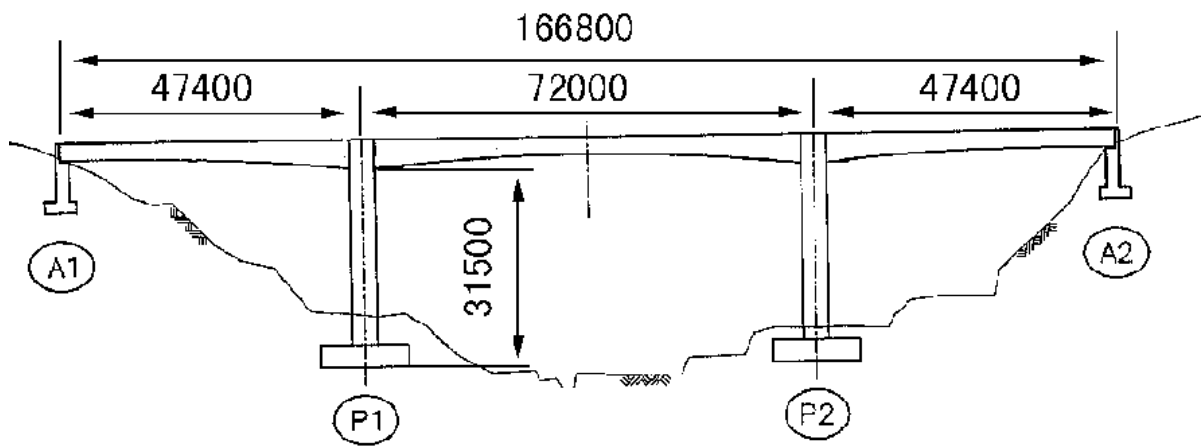
	コンクリート設計強度 N/mm ²	鉄筋	PC鋼材
上部構造	40	SD345	SBPR930/1180 φ 32mm
下部構造	24	SD345	

(3) 重要度区分および地域区分

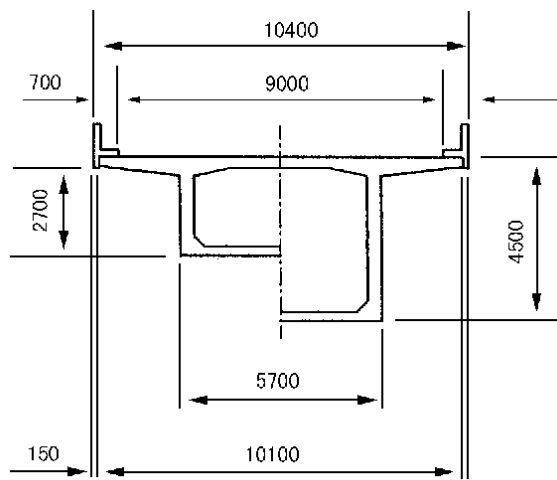
重要度区分 : B 橋 (道路橋示方書 V(平成 14 年)2. 3に規定)
地域区分 : A 地域 (道路橋示方書 V(平成 14 年)4. 4に規定)

(4) 耐震設計上の地盤種別

地盤種別 : I 種地盤 (道路橋示方書 V(平成 14 年)4. 5に規定)



(a)側面図



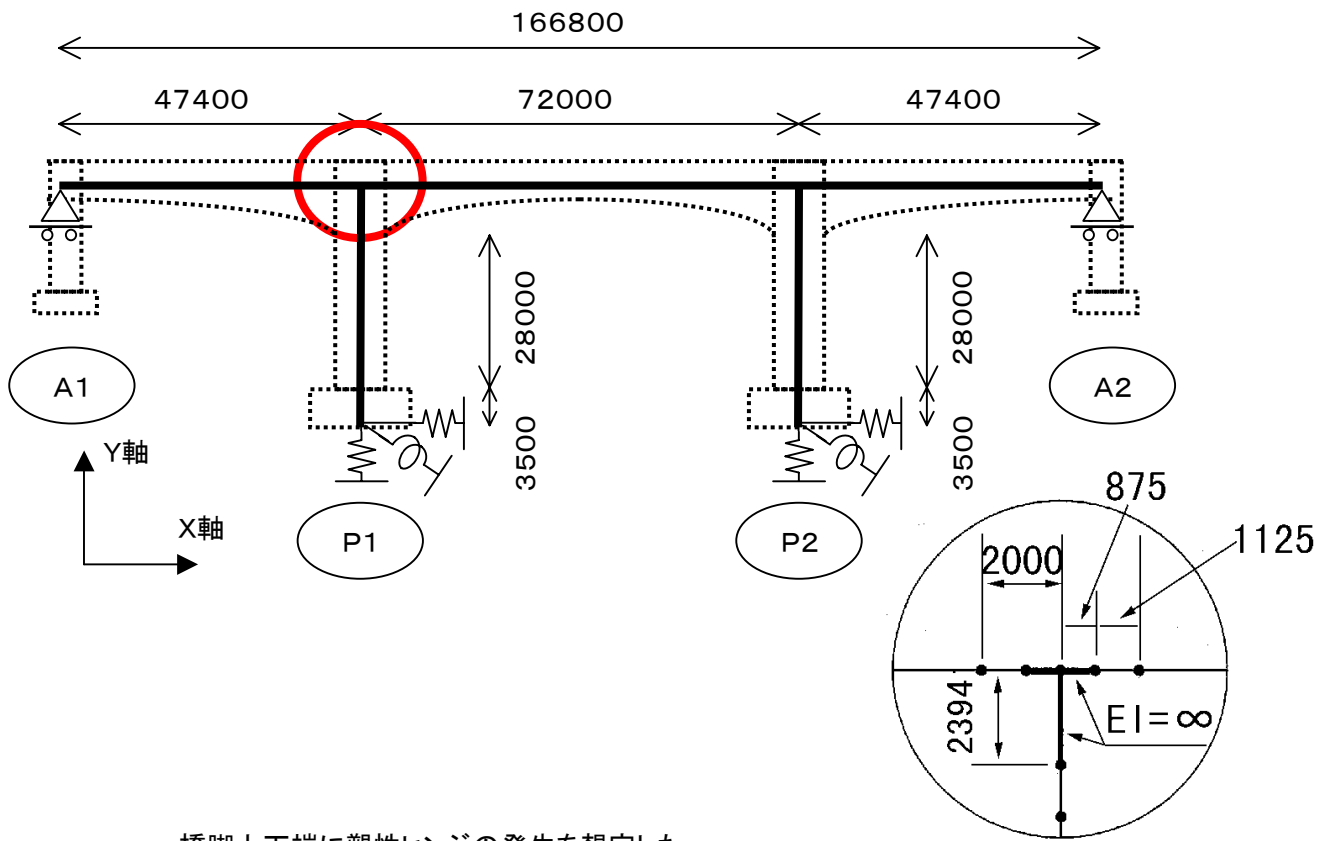
(b)主桁断面図

図 1.1 対象橋梁

2. 解析モデル

橋軸方向の解析モデルは、図2. 1に示すような平面モデル(橋軸方向、鉛直方向、橋軸直角軸回転方向の3自由度の2次元モデル)とし、上部構造、下部構造は線材(梁モデル)、地盤はフーチング底面に集約バネでモデル化しました。柱頭部とフーチングは剛部材(断面剛性が大きな部材)とし、A1、A2橋台は支持条件が可動によることから解析モデルから省略し、境界条件のみを与えました。非線形動的解析における部材の非線形性は下部構造(橋脚)を対象とし、橋脚の上下端に L_p の長さを持つ塑性ヒンジ領域(剛部材)を設定し、塑性ヒンジ中央に非線形の回転バネ、塑性ヒンジ間の中間部材に非線形の梁要素を設定したモデル化にしました。

塑性ヒンジは、鉄筋コンクリート部材の塑性域において、地震力を繰返し受けた場合に安定して地震時保有水平耐力を保持して変形できる性能が発揮できる限定された部位です。本解析例のPCラーメン橋は地震時の水平荷重に対し橋脚の上下端が塑性ヒンジの部位に限定されます。しかし、塑性ヒンジの発生個所が限定できない橋、地震時の振動挙動が複雑な橋(斜張橋、吊橋、上・中路式アーチ橋、曲線橋等)の場合は塑性ヒンジの設定が不可能なことから、非線形を考慮する領域に対して $M-\phi$ 曲線(図5. 2. 2参照)を設定して解析を実施します。その場合の要素分割は事前に検討解析を実施し、断面力が大きくなる部材に対し細かく分割するような配慮が必要となります。



橋脚上下端に塑性ヒンジの発生を想定した

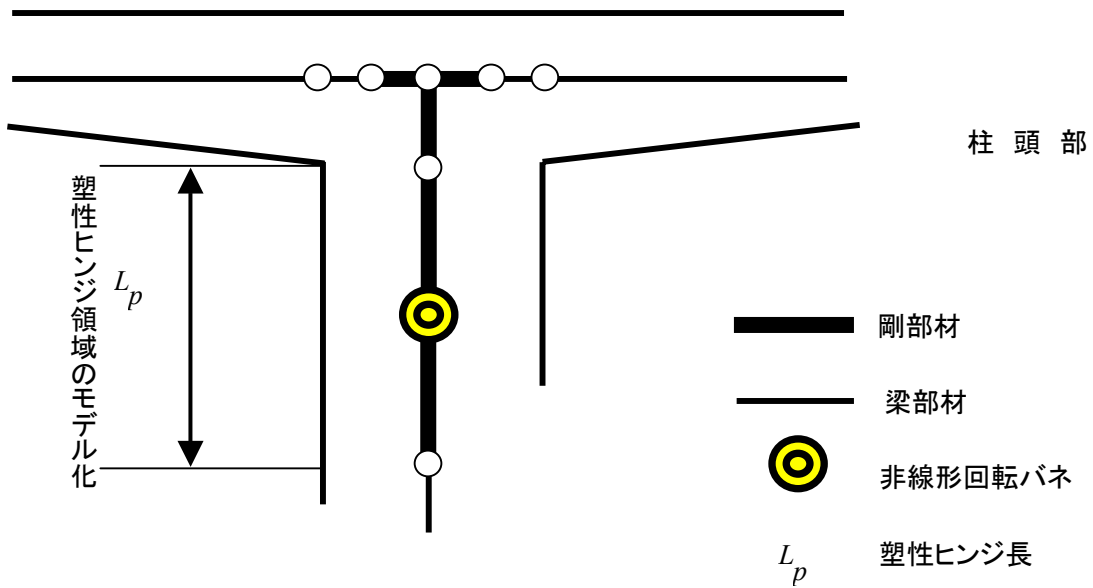


図2.1 解析モデル

2. 1部材のモデル化

(1) 上部構造の部材分割

上部構造は比較的簡単なモデル化とすることが出来ますが、本解析例は動的非線形解析から得られる解析結果から安全性の照査が可能となるように、鉄筋、鋼材配置、断面変化等に配慮した部材分割としました。(図2. 2に節点番号図、要素番号図を示します。)

(2) 下部構造の部材分割

下部構造の要素分割は線形解析の固有値解析、応答スペクトル法においては橋脚の部材分割を細かくする必要はありませんが(4~5分割程度)、本解析例は非線形動的解析に配慮し、橋脚の部材分割を細かく設定しました。PC ラーメン橋の橋脚は橋軸方向に地震力が作用すると上下端において曲げモーメントが大きくなることから、塑性ヒンジの発生する部位に想定されます。そこで、橋脚上下端に塑性ヒンジ領域を設定し、橋脚高 1/2 点から上下端に行くほど細くなるように部材分割を行い、橋脚全体で14分割としました。(図2. 2に節点番号図、要素番号図を示します。)

(3) 骨組みモデルの座標値、重量、断面定数

上部構造、下部構造の各節点の座標値および重量を表2. 1. 1、各部材のコンクリート全断面有効とした断面定数を表2. 1. 2と表2. 1. 3に示します。

(4) A1、A2の支承条件

A1、A2 橋台部は可動支承によることから、表2. 2に示す支承条件を設定しました。

表2. 2 支承条件

	橋軸方向	鉛直方向	橋軸直角回り
A1、A2橋台部	自由	拘束	自由

(5) 地盤バネのモデル化

P1、P2 橋脚の直接基礎底面に設定する地盤バネは表2. 3に示す地盤バネ定数としました。基礎底面に設定する地盤バネは、地震時に地盤に生じる変形に相当する地盤の剛性から地盤反力係数を求めるものとし、道路橋示方書 V (平成14年)の(解 6.2.2)より算定される地盤反力係数の基準値 k_{v0} を用いて式(2-1)～式(2-5)より算定しました。

$$k_V = k_{v0} \cdot (B_V / 0.3)^{-3/4} \quad \text{式(2-1)}$$

$$k_S = \lambda \cdot k_V \quad \text{式(2-2)}$$

$$K_H = k_S \cdot A_B \quad \text{式(2-3)}$$

$$K_V = k_V \cdot A_B \quad \text{式(2-4)}$$

$$K_\theta = k_V \cdot I_B \quad \text{式(2-5)}$$

ここに、

k_V : 鉛直方向地盤反力係数 (kN/m³)

k_S : 水平方向せん断地盤反力係数 (kN/m³)

K_H : 水平ばね定数 (kN/m)

K_V : 鉛直ばね定数 (kN/m)

K_θ : 回転ばね定数 (kN・m/rad)

B_V : 基礎の換算載荷幅 (m) で下式より求める。

$$B_V = \sqrt{A_V} \quad A_V \text{は鉛直方向の載荷面積 (m}^2\text{)}$$

λ : 鉛直方向地盤反力係数に対する水平方向せん断地盤反力係数の比で $\lambda = 1/3 \sim 1/4$ (本解析例は $1/3$)

A_B : 底面の面積 (m²)

I_B : 底面の断面2次モーメント (m⁴)

表2. 3 地盤バネ定数

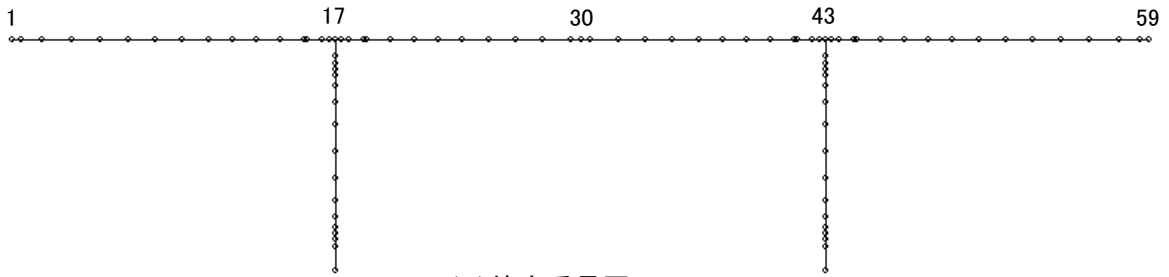
			P1, P2橋脚
部材端節点番号			116,216 (図2. 2を参照)
水平バネ	K_H	KN/m	2.1825E+06
鉛直バネ	K_V	KN/m	6.5475E+06
回転バネ	K_θ	KN・m/rad	1.2005E+08

(6) 減衰定数

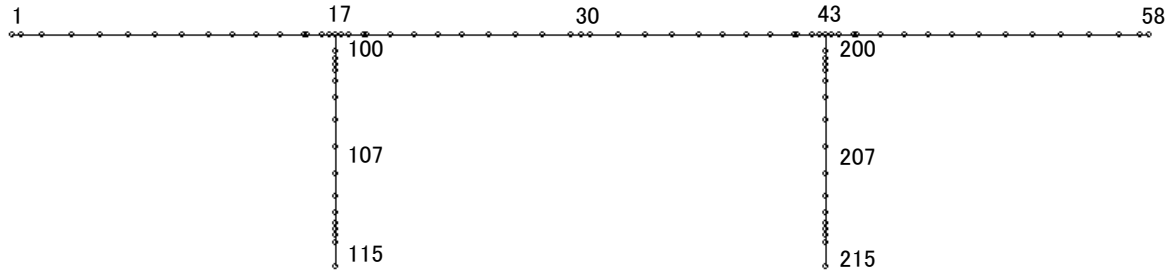
減衰定数は、レベル1地震動のような線形解析の場合は、道路橋示方書 V(平成14年)表-解 7.3.1 の弾性域の構造減衰定数を用いて解析を実施します。本解析例は応答スペクトル法、非線形動的解析ともに表2. 4に示すような構造減衰定数を設定して解析を実施しました。弾性域にある場合と塑性域にある場合で異なる減衰定数を用いる理由としては、非線形動的解析の場合は、構造減衰定数の他に部材の非線形性(履歴モデル)による履歴減衰が解析に取り入れられるからです。そこで、非線形部材に履歴モデルを用いる場合のコンクリート部材は0.02、鋼部材は0.01程度の構造減衰定数を設定して解析を実施します。また、地盤バネに用いる減衰定数は硬い地盤(I種地盤)の場合は、減衰定数は小さく、柔らかい地盤(Ⅲ種地盤)になるほど減衰定数を大きく設定します。これは、地盤特性として地盤のせん断ひずみが大きくなるほど剛性は小さく、減衰は大きくなる特性を持っているからです。

表2. 4 構造減衰定数

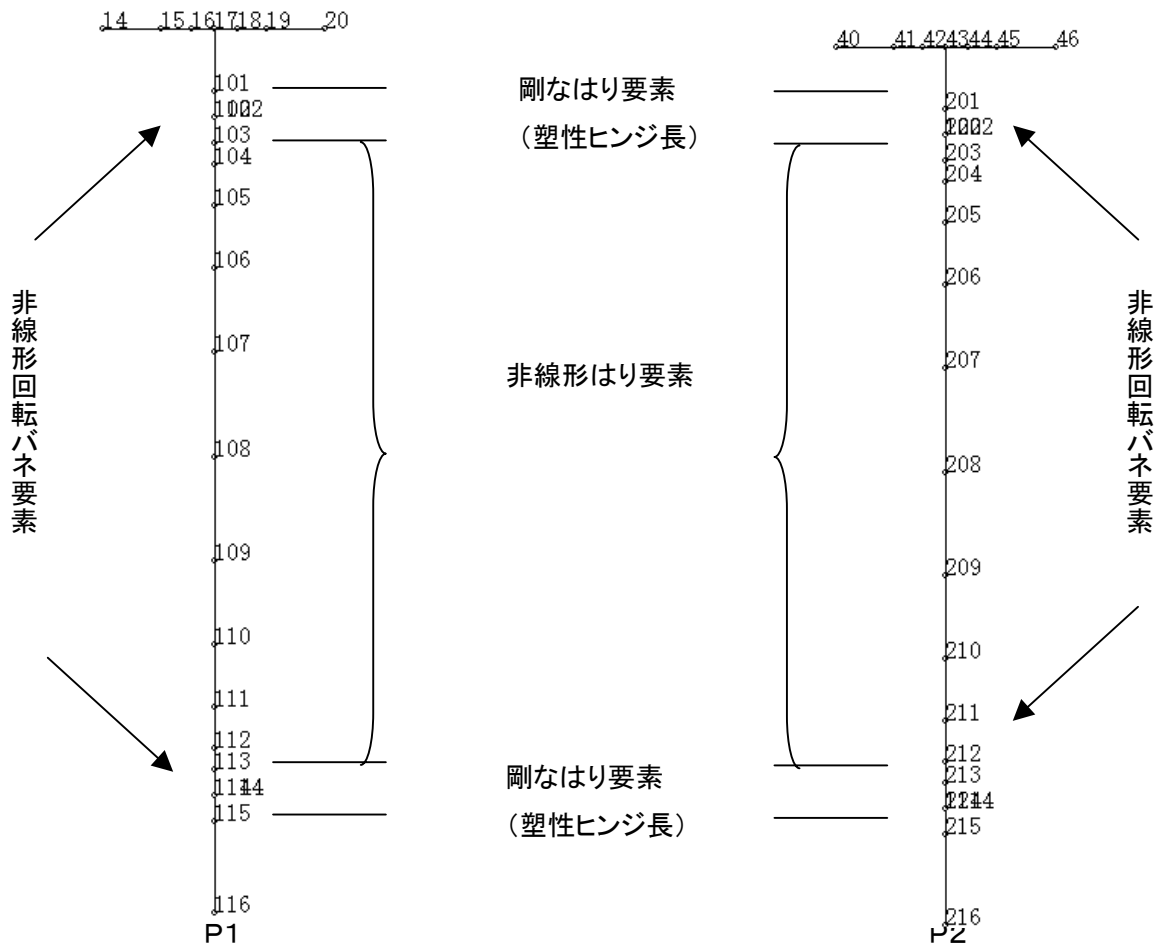
	減衰定数
上部構造	0.03 (弾性部材)
下部構造	0.02 (非線形を考慮した部材)
地盤バネ	0.10 (弾性部材)



(a) 節点番号図



(b) 要素番号図



(c) P1、P2橋脚節点番号図

図2.2 節点番号、要素番号

表2. 1. 1 各節点の座標値および重量

節点番号 No.	橋軸方向 X(m)	鉛直方向 Y(m)	重量 W(KN)	備考	節点番号 No.	橋軸方向 X(m)	鉛直方向 Y(m)	重量 W(KN)	備考
1 (59)	0.000 (166.800)	0.000	583.000	桁	101 (201)	47.400 (119.400)	-2.394	300.000	P1(P2)
2 (58)	1.250 (165.550)	0.000	506.600	桁	102 (202)	47.400 (119.400)	-3.394	600.000	P1(P2)
3 (57)	4.300 (162.500)	0.000	801.500	桁	103 (203)	47.400 (119.400)	-4.394	540.000	P1(P2)
4 (56)	8.600 (158.200)	0.000	863.000	桁	104 (204)	47.400 (119.400)	-5.194	720.000	P1(P2)
5 (55)	12.900 (153.900)	0.000	803.900	桁	105 (205)	47.400 (119.400)	-6.794	1200.000	P1(P2)
6 (54)	16.900 (149.900)	0.000	782.800	桁	106 (206)	47.400 (119.400)	-9.194	1680.000	P1(P2)
7 (53)	20.900 (145.900)	0.000	820.400	桁	107 (207)	47.400 (119.400)	-12.394	2160.000	P1(P2)
8 (52)	24.900 (141.900)	0.000	959.000	桁	108 (208)	47.400 (119.400)	-16.394	2400.000	P1(P2)
9 (51)	28.900 (137.900)	0.000	901.800	桁	109 (209)	47.400 (119.400)	-20.394	2160.000	P1(P2)
10 (50)	32.400 (134.400)	0.000	894.700	桁	110 (210)	47.400 (119.400)	-23.594	1680.000	P1(P2)
11 (49)	35.900 (130.900)	0.000	946.000	桁	111 (211)	47.400 (119.400)	-25.994	1200.000	P1(P2)
12 (48)	39.400 (127.400)	0.000	1008.500	桁	112 (212)	47.400 (119.400)	-27.594	720.000	P1(P2)
13 (47)	42.900 (123.900)	0.000	558.800	桁	113 (213)	47.400 (119.400)	-28.394	540.000	P1(P2)
14 (46)	43.150 (123.650)	0.000	386.900	桁	114 (214)	47.400 (119.400)	-29.394	600.000	P1(P2)
15 (45)	45.400 (121.400)	0.000	525.000	桁	115 (215)	47.400 (119.400)	-30.394	7405.000	P1(P2)
16 (44)	46.525 (120.275)	0.000	313.600	桁	116 (216)	47.400 (119.400)	-33.894	7105.000	P1(P2)
17 (43)	47.400 (119.400)	0.000	2756.800	桁	1102 (1202)	47.400 (119.400)	-3.394		塑性ヒンジ用
18 (42)	48.275 (118.525)	0.000	313.600	桁	1114 (1214)	47.400 (119.400)	-29.394		2重節点
19 (41)	49.400 (117.400)	0.000	525.400	桁					
20 (40)	51.650 (115.150)	0.000	387.400	桁					
21 (39)	51.900 (114.900)	0.000	561.300	桁					
22 (38)	55.400 (111.400)	0.000	1014.700	桁					
23 (37)	58.900 (107.900)	0.000	954.700	桁					
24 (36)	62.400 (104.400)	0.000	905.800	桁					
25 (35)	65.900 (100.900)	0.000	994.100	桁					
26 (34)	69.900 (96.900)	0.000	906.000	桁					
27 (33)	73.900 (92.900)	0.000	832.400	桁					
28 (32)	77.900 (88.900)	0.000	797.000	桁					
29 (31)	81.900 (84.900)	0.000	542.500	桁					
30	83.400	0.000	374.100	桁					

表2. 1. 2 上部構造部材の断面定数

要素番号 No.	部材端節点番号		断面積 A(m ²)	断面2次モーメント Iz(m ⁴)	備考
	I端	J端			
1 (58)	1 (58)	2 (59)	8.23	7.32	桁
2 (57)	2 (57)	3 (58)	7.81	6.98	桁
3 (56)	3 (56)	4 (57)	6.82	5.91	桁
4 (55)	4 (55)	5 (56)	6.25	5.18	桁
5 (54)	5 (54)	6 (55)	6.26	5.26	桁
6 (53)	6 (53)	7 (54)	6.41	5.64	桁
7 (52)	7 (52)	8 (53)	6.96	2.59	桁
8 (51)	8 (51)	9 (52)	7.81	3.29	桁
9 (50)	9 (50)	10 (51)	8.49	4.32	桁
10 (49)	10 (49)	11 (50)	8.98	5.75	桁
11 (48)	11 (48)	12 (49)	9.66	7.73	桁
12 (47)	12 (47)	13 (48)	10.41	24.75	桁
13 (46)	13 (46)	14 (47)	10.74	28.07	桁
14 (45)	14 (45)	15 (46)	10.91	30.57	桁
15 (44)	15 (44)	16 (45)	11.05	32.85	桁
16 (43)	16 (43)	17 (44)	∞	∞	桁
17 (42)	17 (42)	18 (43)	∞	∞	桁
18 (41)	18 (41)	19 (42)	11.05	12.31	桁
19 (40)	19 (40)	20 (41)	10.92	11.62	桁
20 (39)	20 (39)	21 (40)	10.77	10.45	桁
21 (38)	21 (38)	22 (39)	10.46	8.79	桁
22 (37)	22 (37)	23 (38)	9.75	6.84	桁
23 (36)	23 (36)	24 (37)	9.09	5.15	桁
24 (35)	24 (35)	25 (36)	8.63	4.06	桁
25 (34)	25 (34)	26 (35)	7.97	3.68	桁
26 (33)	26 (33)	27 (34)	7.11	3.06	桁
27 (32)	27 (32)	28 (33)	6.56	6.73	桁
28 (31)	28 (31)	29 (32)	6.40	6.33	桁
29 (30)	29 (30)	30 (31)	6.39	6.26	桁

表2. 1. 3 下部構造の断面定数

要素番号 No.	部材端節点番号		断面積 A(m ²)	断面2次モーメント Iz(m ⁴)	備考
	I端	J端			
100 (200)	17 (43)	101 (201)	∞	∞	P1(P2)
101 (201)	101 (201)	102 (202)	∞	∞	P1(P2)
102 (202)	1102 (1202)	103 (203)	∞	∞	P1(P2)
103 (203)	103 (203)	104 (204)	24.00	37.699	P1(P2)
104 (204)	104 (204)	105 (205)	24.00	37.734	P1(P2)
105 (205)	105 (205)	106 (206)	24.00	37.745	P1(P2)
106 (206)	106 (206)	107 (207)	24.00	37.734	P1(P2)
107 (207)	107 (207)	108 (208)	24.00	37.701	P1(P2)
108 (208)	108 (208)	109 (209)	24.00	37.722	P1(P2)
109 (209)	109 (209)	110 (210)	24.00	37.753	P1(P2)
110 (210)	110 (210)	111 (211)	24.00	37.743	P1(P2)
111 (211)	111 (211)	112 (212)	24.00	37.752	P1(P2)
112 (212)	112 (212)	113 (213)	24.00	37.752	P1(P2)
113 (213)	113 (213)	114 (214)	∞	∞	P1(P2)
114 (214)	1114 (1214)	115 (215)	∞	∞	P1(P2)
115 (215)	115 (215)	116 (216)	162.40	2652.50	P1(P2)

3. 固有値解析

地震時における橋の応答は橋の振動特性と入力地震動の特性から決定されます。耐震設計において橋の振動特性を把握することは大変重要なことであり、その橋の振動特性に応じて耐震設計の流れが決定されます。固有値解析は橋の振動特性を把握することを主目的として解析を実施し、以下の特性値を算出します。

- ・ 固有周期
- ・ 固有振動数
- ・ 有効質量、または全体の総質量を1.0とした場合の各次の有効質量比
- ・ 刺激係数
- ・ 振動モード(固有ベクトル)

固有値解析で解析的に得られる全次数は、解析モデルに設定した質量の数で決まります。例えば100節点の解析モデルの各節点に水平、鉛直2方向の質量を設定した場合は解析的に得られる全次数は200次です。しかし、地震時の橋の動的解析の場合は全次数の固有値解析結果が必要になる場合はほとんど無く、必要となる次数は応答に寄与する次数までの結果です。

有効質量(あるいは、有効質量比)、刺激係数は1次、2次、3次・・・N次の各モードごとの分担量を表す指標で、これらの大きさを地震時にどのモードが支配的になるか、どの次数までが応答に寄与するか把握することができます。一般的に支配的なモードは有効質量(あるいは、有効質量比)から判断します。

3.1 固有値解析結果

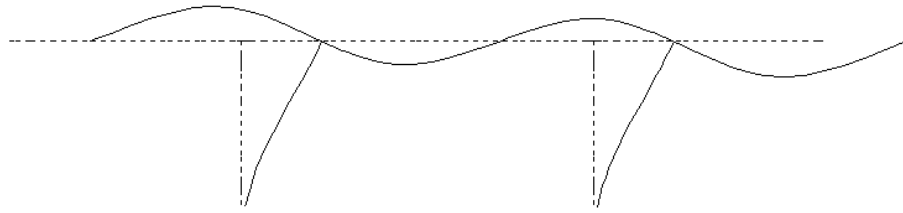
本解析例で得られた固有値解析結果を表3.1に、1次から4次までの振動モードを図3.1に示します。この解析結果からわかることは、橋軸方向(X加振方向)における支配的なモードは有効質量比65%を有している1次モードで、その固有周期約1.18秒は入力地震動においても大きな振幅成分を含んでいる(入力地震動の応答スペクトルから判断できる)ことから、大変重要な振動モードであることが分かります。また、仮に鉛直方向(Y加振方向)を考えた場合は有効質量比約30%の4次モードと約60%の8次モードが支配的な振動モードであることから、鉛直加振時における重要な振動モードであることが分かります。このように、有効質量比の大きさを支配的な振動モードを判断することができ、その固有周期と入力地震動の応答スペクトルの関係から応答が大きくなるか、小さくなるかを判断することができます。一般的な桁橋を対象した場合の固有周期は、橋脚高、支承のタイプに差があるにつれ、大よそ0.5秒から2秒程

度に1次の固有周期が算定される場合が一般的です。極端に1次の固有周期が長かったり、短く算定されたりした場合は剛性、重量、支承条件等の入力データの見直しが必要となります。

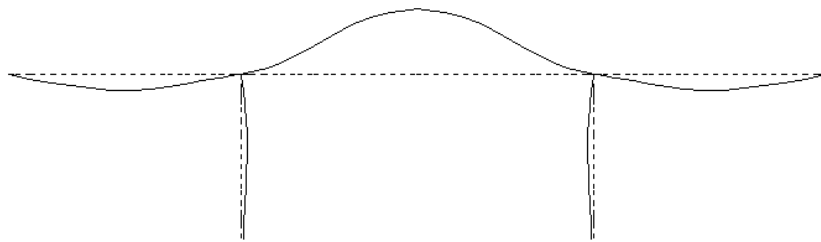
表3.1 固有値解析結果

モード	振動数 (Hz)	周期 (sec)	有効質量比		モード減衰 (ひずみエネルギー比例型減衰)
			X方向	Y方向	
1	0.8446	1.1839	0.650	0.000	0.055800
2	1.9598	0.5103	0.000	0.057	0.031195
3	2.9975	0.3336	0.095	0.000	0.036373
4	3.2172	0.3108	0.000	0.293	0.036250
5	4.4910	0.2227	0.044	0.000	0.048362
6	5.0251	0.1990	0.000	0.021	0.073322
7	5.5114	0.1814	0.189	0.000	0.072143
8	6.2723	0.1594	0.000	0.586	0.086201
9	6.6381	0.1506	0.007	0.000	0.075356
10	8.0949	0.1235	0.000	0.000	0.043813
11	8.6771	0.1152	0.000	0.002	0.030166
12	9.4227	0.1061	0.010	0.000	0.039903
13	11.3595	0.0880	0.000	0.026	0.033093
14	12.4317	0.0804	0.004	0.000	0.038835
15	12.8367	0.0779	0.000	0.002	0.038961
16	16.7662	0.0596	0.000	0.000	0.030681
17	19.7438	0.0506	0.000	0.001	0.030319
18	20.2366	0.0494	0.000	0.000	0.030084
19	20.4368	0.0489	0.000	0.000	0.030198
20	23.3369	0.0429	0.000	0.000	0.031601

1次モード

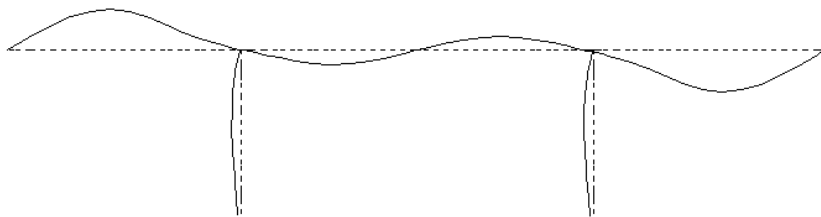


2次モード



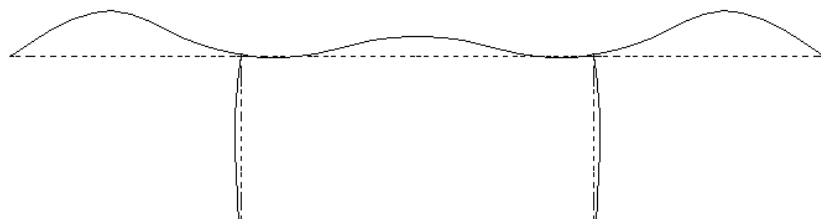
FREQUENCY 8.446E-1
PERIOD 1.1839E0
MODE NO. 1

3次モード



FREQUENCY 1.9598E0
PERIOD 5.103E-1
MODE NO. 2

4次モード



FREQUENCY 2.9975E0
PERIOD 3.336E-1
MODE NO. 3

FREQUENCY 3.2172E0
PERIOD 3.108E-1
MODE NO. 4

図3.1 振動モード

3. 2 動的解析における減衰のモデル化

橋の動的解析における減衰は、部材の粘性抵抗による粘性減衰(解析上は構造減衰定数で評価します)、部材の塑性的な性質から生じる履歴減衰(履歴モデルを設定した非線形解析では自動的に考慮されます)、構造物に入力された振動エネルギーが構造物から地盤に逸散することにより生じる地下逸散減衰(解析上は基礎・地盤の集約バネに設定する減衰定数で考慮できます。地盤・構造物を一体でモデル化した場合はより精度良く考慮できます)からなっています。ただし、動的解析を実施する場合は各部材、地盤バネに設定した構造減衰定数は直接運動方程式に取り込むことができないため、応答スペクトル法ではモード減衰定数、非線形動的解析では減衰係数マトリックスに変換して解析の中に取り込みます。モード減衰定数は一般的に式(3-1)に示すようなひずみエネルギー比例型減衰から各次のモード減衰定数を算出します(表3. 1の固有値解析結果を参照)。また、非線形動的解析はモード減衰定数を直接用いられないことから一般的に、式(3-2)から算出されるレーリー型減衰を用いて解析を実施します。レーリー型減衰の詳細な設定方法は5. 3で説明します。

・モード減衰 h_i (ひずみエネルギー比例型減衰)

$$h_i = \frac{\sum_{j=1}^n c_j x_i^t k_j x_i}{\sum_{j=1}^n x_i^t k_j x_i} = \frac{\sum_{j=1}^n c_j x_i^t k_j x_i}{x_i^t K x_i} \quad \text{式(3-1)}$$

・レーリー減衰型の減衰係数マトリックス C

$$C = \alpha K + \beta M \quad \text{式(3-2)}$$

$$x_i^t C x_i = \alpha x_i^t K x_i + \beta x_i^t M x_i = \alpha \omega_i^2 + \beta \quad \text{式(3-3)}$$

$$h_i = \frac{\alpha \omega_i^2 + \beta}{2\omega_i} \quad \text{式(3-4)}$$

ここに

- k_j : 各要素の剛性マトリックス
- c_j : 各要素の構造減衰定数
- K : 構造全体の剛性マトリックス
- M : 構造全体の質量マトリックス
- x_i : i 次の振動モード

4. 応答スペクトル法

応答スペクトル法は、レベル1地震動のような弾性域の動的解析を実施する場合、または地震時の挙動が複雑な橋に対してどの部材の応答が大きくなるか事前に検討を行う場合に用いられます。応答スペクトル法はモード法の一つで、固有値解析から得られる結果(固有周期、固有振動数、刺激係数、モード減衰定数、振動モード等)と地盤面の応答スペクトルから橋の最大応答値を簡易的に算出する手法です。(特徴については表2を参照。)

道路橋の耐震設計に用いられる応答スペクトル(加速度応答スペクトル)Sは式(4-1)から決定されます。

$$S = C_z \cdot C_d \cdot S_0 \quad \text{式(4-1)}$$

ここに、

C_z : 地域別補正係数 (地域区分 A : 1.0, B : 0.85, C : 0.7)

C_d : 減衰定数補正係数 (図4.1示す各次のモード減衰 h_i に応じ決定される)

S_0 : 標準加速度応答スペクトル(道路橋示方書V(平成14年)のレベル1は4.2、レベル2は4.3に規定)

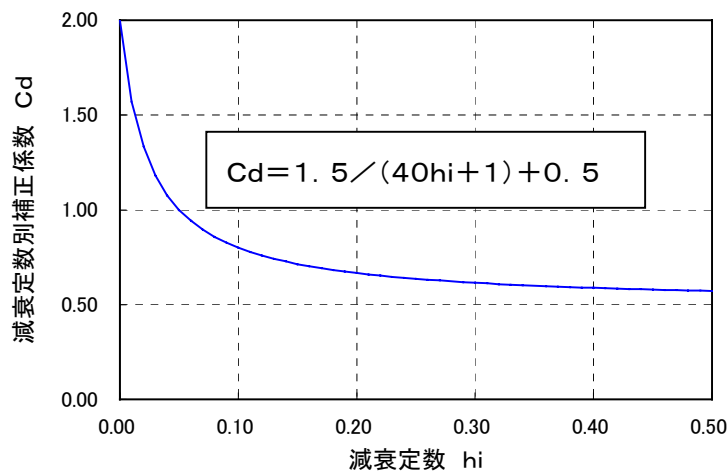


図4.1 減衰定数別補正係数 C_d

ここで、応答スペクトル法を実施する場合の留意点を以下に示します。

① モードの採用次数

モードの採用次数は固有値解析結果の有効質量比を低次から加算して約95%以上、または固有周期0.1秒のどちらかを満足するモード次数までを採用モード次数とします。本解析例は採用次数1次~12次で有効質量比は総質量の99.5%です。

② モード減衰定数

モード減衰定数は、一般的に前述したひずみエネルギー比例型減衰法から算出されるモード減衰定数を用います。本解析例のひずみエネルギー比例型減衰法から算出されたモード減衰定数を表3. 1に示します。

③ 各次のモードの重ね合わせ (SRSS法かCQC法か)

SRSS法(二乗和平方根法)はモード間の固有周期が近接していない場合に適用し、モード間の固有周期が近接している場合はCQC法(完全2次結合法)を適用します。

大よその目安として着目モード間(j次、k次)において式(4-2)に示す相関係数 ρ_{jk} が0.1以下の場合は近接していないと判断できます。本解析例の相関係数 ρ_{jk} は支配的な振動モード1次と近接モード2次とのモード間において0.078です。

$$\rho_{jk} = \frac{8\sqrt{h_j h_k \omega_j \omega_k} (h_j \omega_j + h_k \omega_k) \omega_j \omega_k}{(\omega_j^2 - \omega_k^2)^2 + 4h_j h_k \omega_j \omega_k (\omega_j^2 + \omega_k^2) + 4(h_j^2 + h_k^2) \omega_j^2 \omega_k^2} \quad \text{式(4-2)}$$

ここに、

ω_j, ω_k : j次とk次の固有円振動数

h_j, h_k : j次とk次のモード減衰定数

4. 1 応答スペクトル法解析結果

本解析例は、図4. 2に示すレベル2地震動タイプ2の I 種地盤の標準加速度応答スペクトルを入力とし解析を実施しました。モードの重ね合わせはモード間の固有周期が近接していないことからSRSS法を適用し、採用モード次数は有効質量比から判断し、12次までとしました。解析結果の変位、軸力、せん断力、曲げモーメントの最大応答を図4. 3に示します。

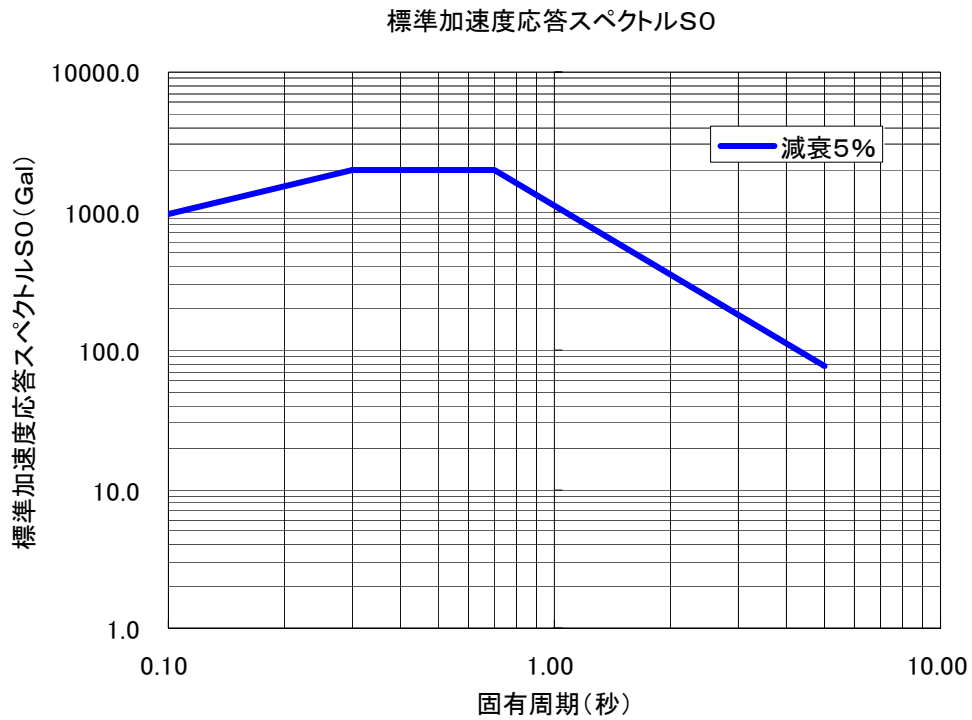
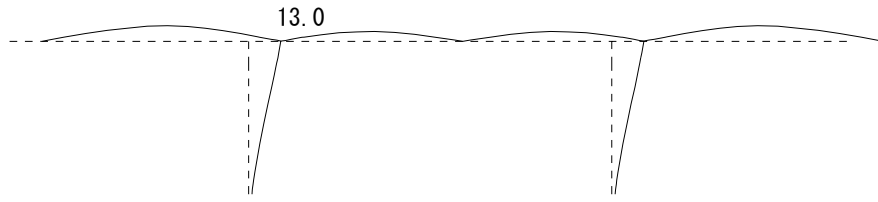


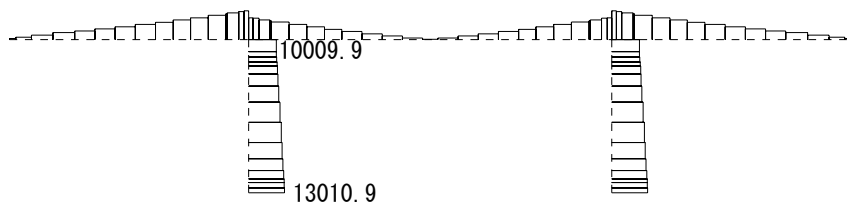
図4. 2 TYPE- IIの標準加速度応答スペクトル (I 種地盤)



(a) 最大変位図 (数値: 橋脚基部からの相対変位)

最大変位

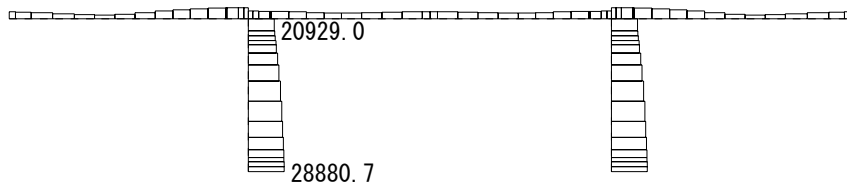
13.0 (cm)



(b) 最大軸力図

最大軸力

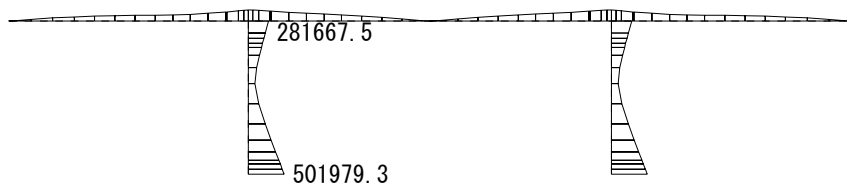
13010.9 (KN)



(c) 最大せん断力図

最大せん断力

28880.7 (KN)



(d) 最大曲げモーメント図

最大曲げモーメント

501979.3 (KN・m)

図4.3 応答スペクトル法による最大応答値

5. 非線形動的解析

非線形動的解析はモード法が適用できないことから直接積分法を用いて実施しました。(表2を参照。)

鉄筋コンクリートの非線形特性はトリリニアモデル(コンクリートのひび割れ、鉄筋の降伏、終局を結ぶ折れ線3本)が一般的に用いられており、地震時の繰り返し荷重を受けた場合の履歴モデルは武田モデル(修正武田モデルも含む)、武藤モデル、深田モデルなど除荷時の剛性低下を考慮した履歴モデルを用います。ここでは、代表的な武田モデルの履歴ルールを以下に示します。なお、履歴モデルの違いによる検討について「平成8年度 耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書 (財)土木研究センター」の中にRC橋脚の復元力特性の違いによる検討結果が記載されており、武田モデル、武藤モデル、深田モデルの3パターンにおいては最大変位、最大加速度は、ほぼ5%の範囲内の値になったという報告がなされております。

・ 武田モデルの履歴ルール

- ① δ がはじめて δ_c をこえた場合、またはこれまでの最大変形点 δ_{max} をこえた場合は、骨格曲線上を進む。
- ② この直線から戻って反対方向に進む場合は、戻り点から(この δ が新しく δ_{max} となる)反対側の第一折れ点を目指す。
- ③ 反対側の最大変位が弾性域の場合はこの剛性域の範囲は反対側の第一折れ点までとする。
- ④ 反対側の最大変形が δ_c をこえている場合はこの剛性域の範囲は復元力が 0 となる点までとし、0 の点を越えた後は反対側の最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線から戻る場合は、反対側の最大変形点から戻り勾配で戻る。復元力 0 の点を越えると反対側の最大変形点を目指す。

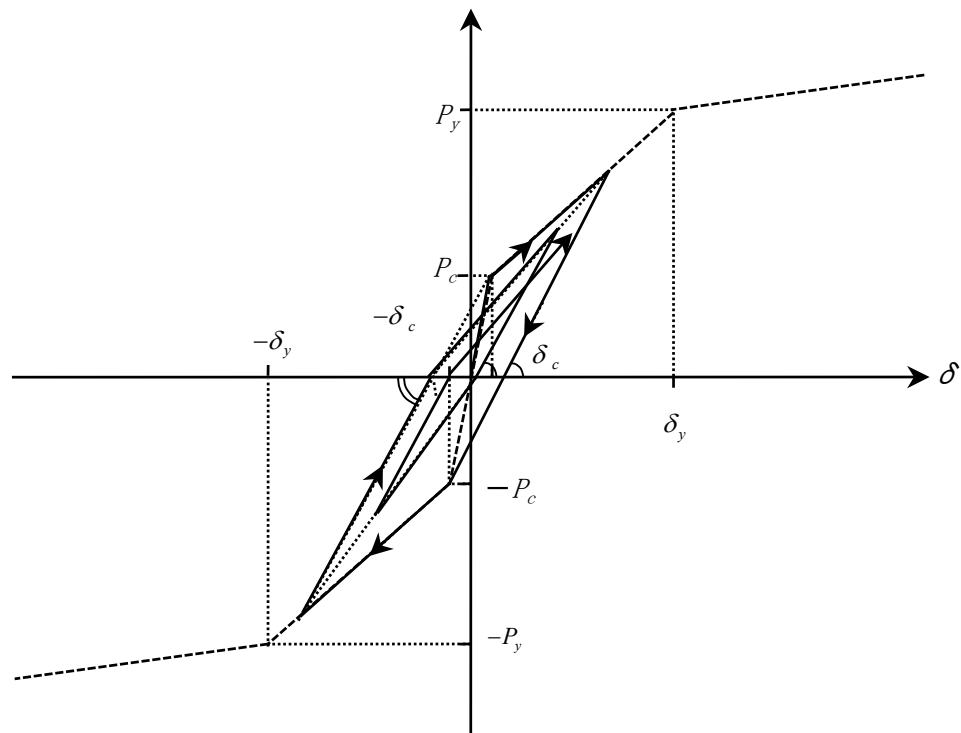


図5. 1. 1 武田モデル履歴ルール (1)

⑤ δ がはじめて δ_y をこえた場合、またはこれまでの最大変形点 δ_{\max} をこえた場合は、骨格曲線上を進む。

⑥ この直線から戻って反対方向に進む場合は、戻り点から(この δ が新しく δ_{\max} となる)下式で求まる勾配 K_r^\pm の直線上を進む。

$$K_r^\pm = K_b \cdot \left| \frac{\delta_{\max}^\pm}{\delta_y} \right|^{-\beta} \quad \left(\begin{array}{l} K_b = \frac{P_c + P_y}{\delta_c + \delta_y} \quad \delta_{\max} \text{の正負は} \\ \beta = \text{入力定数} \quad \text{反転点の変位の正負による} \end{array} \right)$$

⑦ 反対側の最大変形点が δ_c をこえてない場合は勾配 K_r^\pm の範囲は反対側の P_c までとする。さらにこの P_c を越えた場合は第2折れ点を目指す。第2折れ点を目指す直線から戻る場合は勾配 K_b の直線上を進む。復元力0の点をこえると、最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線上から戻る場合は、勾配 K_r^\pm 上を進み、復元力0の点を越えると反対側の最大変形点を目指す。

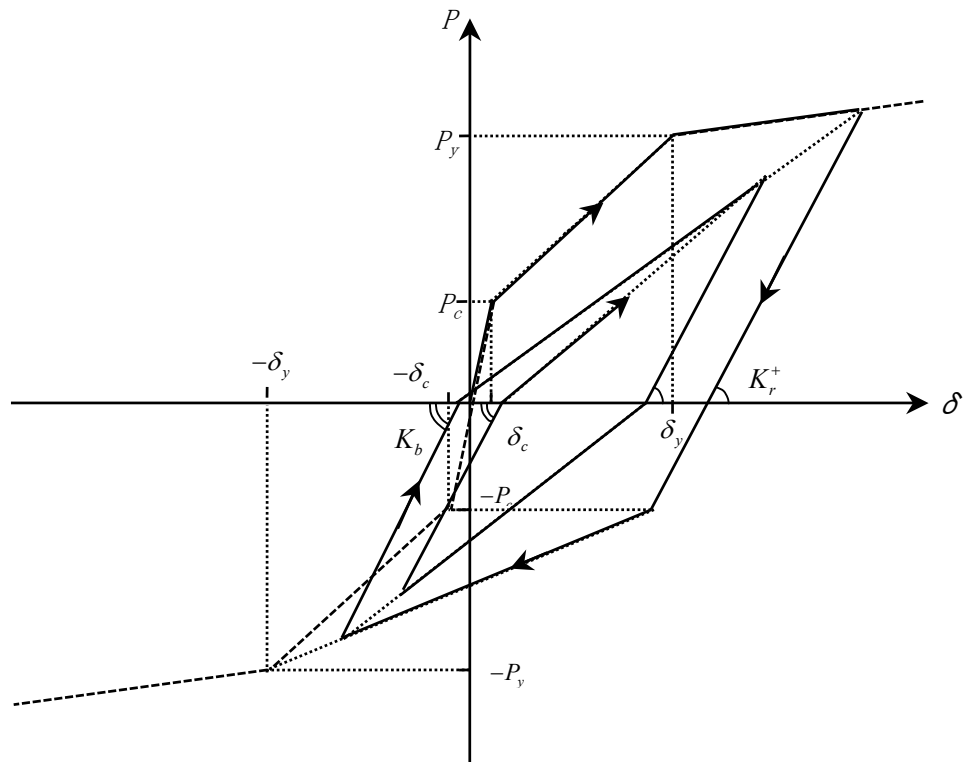


図 5.1.2 武田モデル履歴ルール(2)

⑧反対側の最大変形が δ_c を越えている場合は勾配 K_r^+ の範囲は復元力が0となる点までとし、0の点を越えた場合は最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線から戻る（この δ が内部ループの最大変形点となる）場合は勾配 K_r^+ 上を進み、復元力0の点を越えると最大変形点を目指す。この最大変形点を目指す直線から戻る（内部ループの反対側の最大変形点となる）場合も、勾配 K_r^+ 上を進み、復元力0の点を越えると内部ループの最大変形点を目指す。

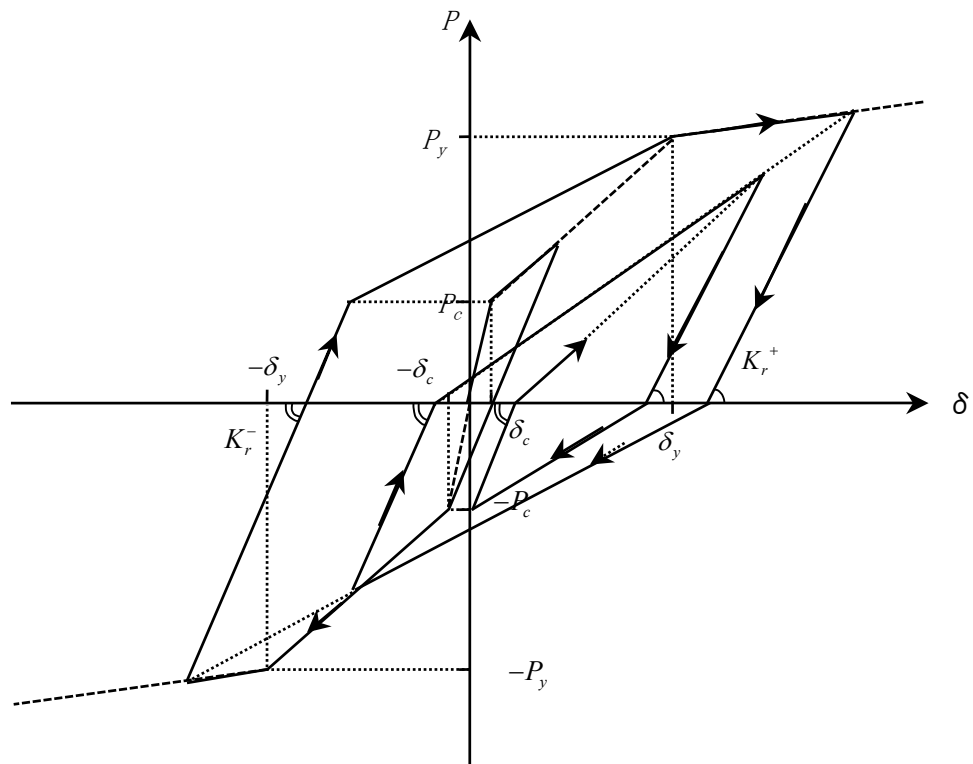


図5.1.3 武田モデル履歴ルール(3)

5.1 橋脚の非線形特性

本解析例で設定した橋脚の非線形特性は、塑性ヒンジ回転バネを図5. 2. 1に示すような曲げモーメントと回転角の関係であるM- θ 曲線(バネ間の水平、鉛直方向は剛結)、塑性ヒンジ間の中間部材の梁要素は、図5. 2. 2に示すような曲げモーメントと曲率の関係であるM- ϕ 曲線(軸力、せん断力は線形)のトリリニアモデルで設定しました。表5. 1にその数値を示します。なお、ひび割れ M_c 、初降伏 M_{y0} 、終局耐力 M_u は死荷重時に橋脚に発生した軸力を用いて算出しました。また、地震時の繰り返し荷重による履歴モデルは武田モデルを用いました。

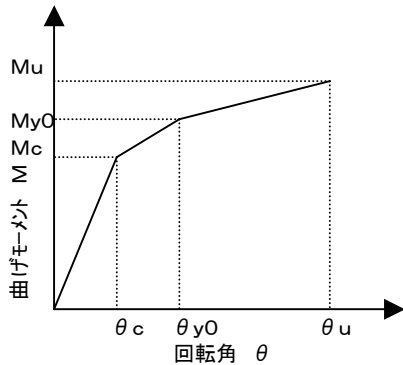


図5. 2. 1 M- θ 曲線

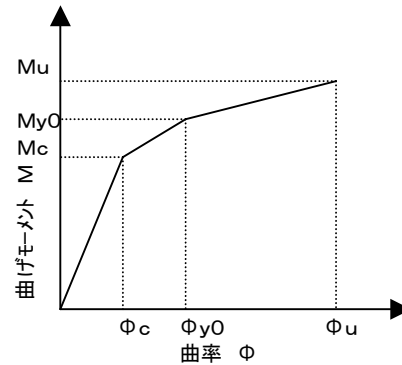


図5. 2. 2 M- ϕ 曲線

ここで、「道路橋の耐震設計に関する資料(平成10年1月、社団法人 日本道路協会)」に示されている塑性ヒンジ回転バネの算定法を以下に示します。なお、日本道路公団による塑性ヒンジ回転バネ算定法は設計要領 第二集 橋梁設計編を参照して下さい。

① コンクリートのひび割れ時(M_{pc} , θ_{pc})

橋脚下端 L_p 部(塑性ヒンジ領域)の弾性変位による上部構造重心位置の変位 δ_{pc} と回転バネの回転角 θ_{pc} による上部構造重心位置の変位が等しくなるようにする。

$$\delta_{pc} = \theta_{pc} \cdot (h - L_p / 2) \quad , \quad \delta_{pc} = \{ \phi_c \cdot h + \phi_c \cdot (h - L_p) / h \cdot (h - L_p) \} \cdot L_p / 2$$

回転バネのひび割れ回転角と曲げモーメントは下式となる。

$$\theta_{pc} = \phi_c \cdot L_p (1 + \alpha^2) / (2 \cdot \beta) \quad , \quad M_{pc} = \beta \cdot M_c$$

$$\alpha = 1 - L_p / h \quad , \quad \beta = (1 + \alpha) / 2$$

② 降伏時(M_{py0} , θ_{py0})

橋脚下端 L_p 部(塑性ヒンジ領域)のひび割れを考慮した弾性変位による上部構造重心位置の変位 δ_{py} と回転バネの回転角 θ_{py0} による上部構造重心位置の変位が等しくなるようにする。

$$\delta_{py} = \theta_{py0} \cdot (h - L_p / 2) \quad , \quad \delta_{py} = \{ \phi_{y0} \cdot h + \gamma \cdot \phi_{y0} \cdot (h - L_p) \} \cdot L_p / 2$$

回転バネの降伏回転角と曲げモーメントは下式となる。

$$M_{py0} = \beta \cdot M_{y0} \quad , \quad \theta_{py0} = \phi_{y0} \cdot L_p \cdot (1 + \gamma \cdot \alpha) / (2 \cdot \beta)$$

$$\gamma = (\phi_c / \phi_{y0}) + (1 - \phi_c / \phi_{y0}) \cdot (1 - L_p / L') \quad , \quad L' = (1 - M_c / M_{y0}) \cdot h$$

③ 終局時 (M_{pu} , θ_{pu})

道路橋示方書 V (平成 14 年) 10.3 の終局変位の定義に準じて、塑性ヒンジ領域の回転角が上部構造重心位置に与える変位を求めると下式となる。

$$\theta_{pu} \cdot (h - L_p / 2) = \{\theta_{py0} + (\phi_u - \phi_y) \cdot L_p\} \cdot (h - L_p / 2) \quad , \quad \phi_y = (M_u / M_{y0}) \cdot \phi_{y0}$$

回転バネの終局回転角と曲げモーメントは下式となる。

$$M_{pu} = M_u \quad , \quad \theta_{pu} = \theta_{py0} + (\phi_u - \phi_y) \cdot L_p$$

ここに、

L_p : 塑性ヒンジ長

h : 橋脚基部から上部構造慣性力の作用位置までの距離

M_c : 塑性ヒンジ下端の断面のコンクリートひび割れ時の曲げモーメント

M_{y0} : 塑性ヒンジ下端断面の初降伏時の曲げモーメント

M_u : 塑性ヒンジ下端断面の終局時の曲げモーメント

ϕ_c : 塑性ヒンジ下端断面のコンクリートひび割れ時の曲率

ϕ_{y0} : 塑性ヒンジ下端断面の初降伏時の曲率

ϕ_u : 塑性ヒンジ下端断面の終局時の曲率

表5.1 非線形特性
曲げモーメントー曲率の関係 ($M-\phi$ 曲線)

要素番号 No.	部材端節点番号		第1折点		第2折点		第3折点	
	I端	J端	ϕ_c (1/m)	M_c (KN・m)	ϕ_{y0} (1/m)	M_{y0} (KN・m)	ϕ_u (1/m)	M_u (KN・m)
103 (203)	103 (203)	104 (204)	0.0000536	50517	0.0006172	163246	0.0126927	196699
104 (204)	104 (204)	105 (205)	0.0000541	51035	0.0006187	164246	0.0125142	197812
105 (205)	105 (205)	106 (206)	0.0000550	51900	0.0006212	165908	0.0122760	199661
106 (206)	106 (206)	107 (207)	0.0000563	53110	0.0006246	168226	0.0118477	202233
107 (207)	107 (207)	108 (208)	0.0000580	54666	0.0006290	171191	0.0113926	205513
108 (208)	108 (208)	109 (209)	0.0000598	56395	0.0006339	174466	0.0109264	209122
109 (209)	109 (209)	110 (210)	0.0000614	57951	0.0006382	177395	0.0105381	212338
110 (210)	110 (210)	111 (211)	0.0000627	59162	0.0006416	179662	0.0102548	214817
111 (211)	111 (211)	112 (212)	0.0000636	60026	0.0006440	181275	0.0100615	216577
112 (212)	112 (212)	113 (213)	0.0000636	60026	0.0006440	181275	0.0100615	216577

曲げモーメントー回転角の関係 ($M-\theta$ 曲線)

要素番号 No.	部材端節点番号		第1折点		第2折点		第3折点	
	I端	J端	θ_{pc} (rad)	M_{pc} (KN・m)	θ_{py0} (rad)	M_{py0} (KN・m)	θ_{pu} (rad)	M_{pu} (KN・m)
401 (403)	102 (202)	1102 (1202)	0.0000986	46223	0.0011293	150630	0.0257788	194461
402 (404)	114 (214)	1114 (1214)	0.0001226	57530	0.0011896	172048	0.0191053	219722

5. 2 入力地震動

入力地震動は、レベル2地震動の1995年兵庫県南部地震時に神戸海洋気象台地盤上(I種地盤)で観測された記録の振幅調整波(タイプII-I-1)を用いました。図5. 3. 1に加速度波形、図5. 3. 2に加速度応答スペクトルを示します。

タイプII-I-1 神戸海洋気象台地盤上(NS成分)

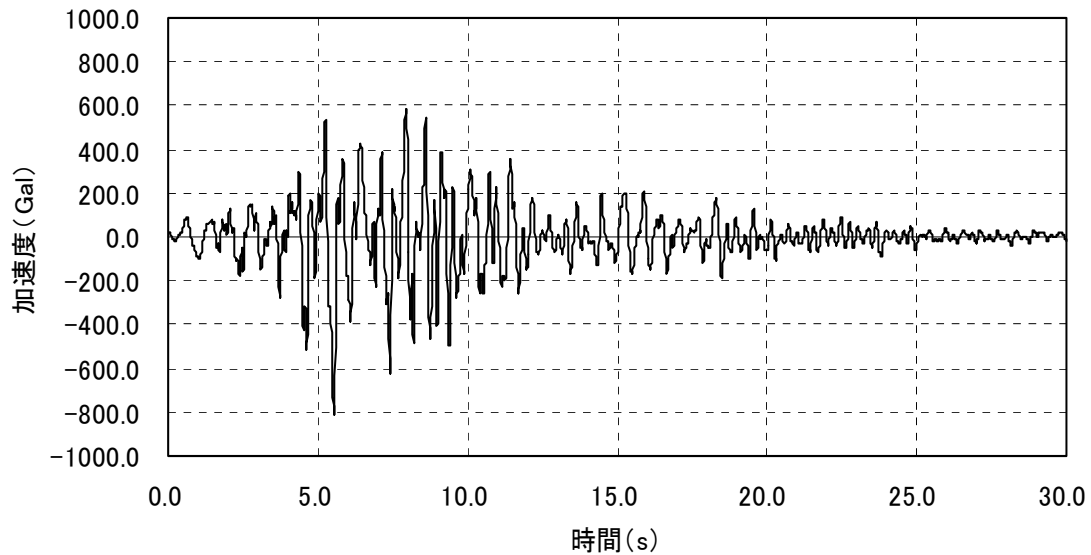


図5. 3. 1 入力加速度波形図 (最大812 Gal)

タイプII-I-1 神戸海洋気象台地盤上(NS成分)

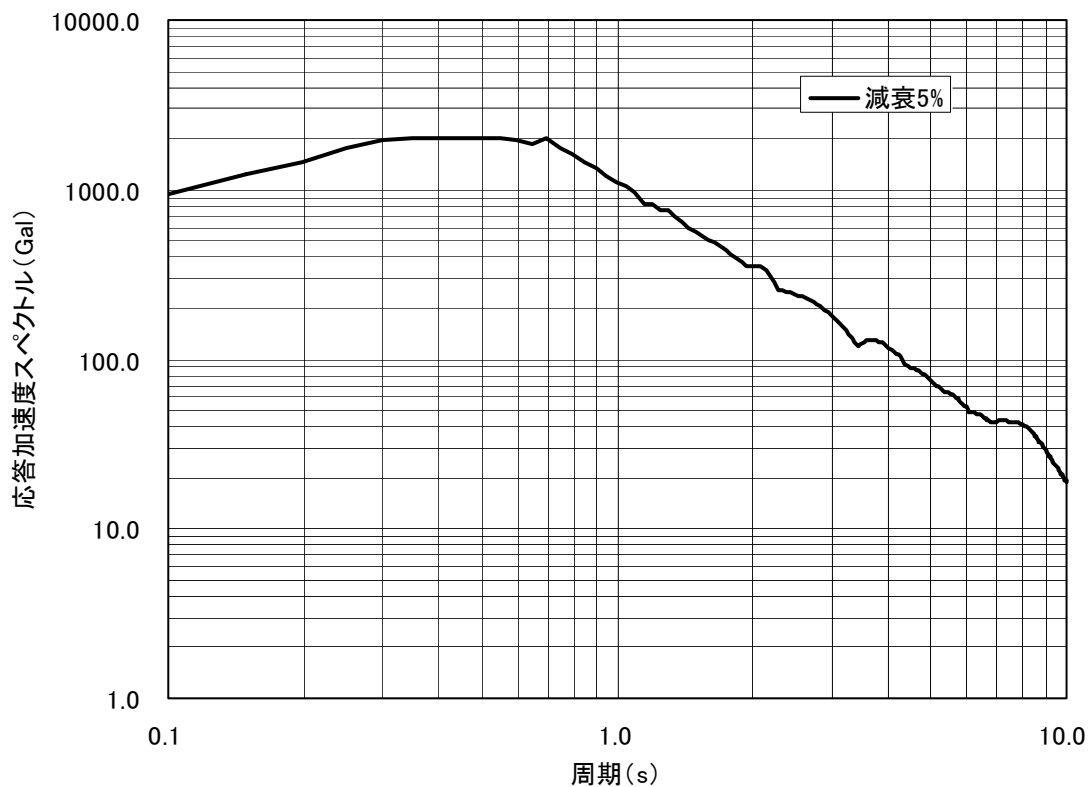


図5. 3. 2 加速度応答スペクトル

5.3 レーリー減衰の設定

非線形動的解析で用いるレーリー減衰は、固有値解析結果を用いて図5.4の手順でパラメータ α 、 β を設定します。 α 、 β を設定する場合に必要な2組の固有振動数、モード減衰定数(f_1, h_1 と f_2, h_2)の選定は、支配的なモードが2つに限定できる場合はその2つを選定し、複雑な構造系で支配的なモードが2つに限定できない場合は、図5.5に示すように固有振動数10Hz程度までのモード減衰定数をプロットし、レーリー減衰の曲線がモード減衰定数に近似するように設定します。本解析例は支配的なモード1次(有効質量比65%)とモード減衰定数のバラツキから高次モードにおいて減衰が過大評価にならないことを配慮し1次と3次の固有振動数とモード減衰定数を用いて α 、 β を設定しました。

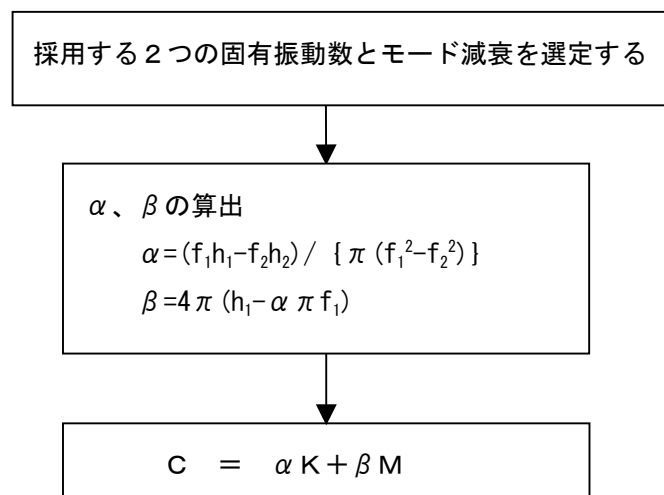


図5.4 レーリー減衰の設定手順

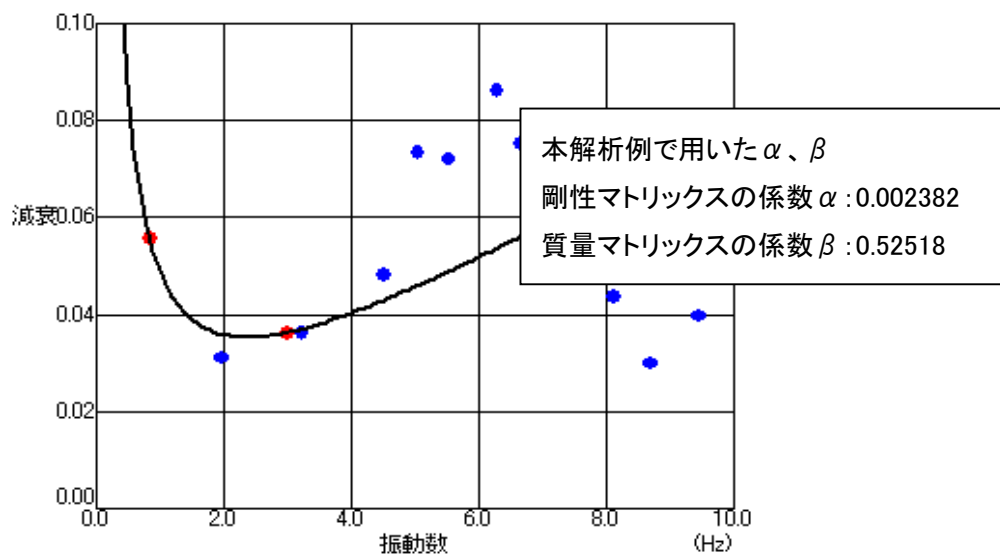


図5.5 モード減衰定数とレーリー減衰の関係

5. 4 非線形動的解析結果

本解析例の非線形動的解析は、図5. 6に示すような死荷重時の断面力を初期状態とし、以下に示すような解析条件で解析を実施しました。

積分法 : ニューマーク β 法 ($\beta = 0.25$)

収束演算法 : ニュートン・ラプソン法

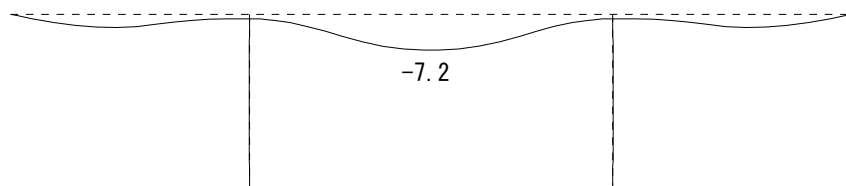
積分時間間隔 : 0.002秒

解析結果は図5. 7に変位、軸力、せん断力、曲げモーメントの最大応答を、図5. 8、図5. 9に変位、せん断力、曲げモーメントの時刻歴波形図と塑性ヒンジバネの応答履歴図をそれぞれ示します。これらの解析結果から解析の妥当性を判断するために、最大分布図、時刻歴波形図から不自然な分布形状、波形形状が示されていないかをチェックし、応答履歴図からは入力した塑性ヒンジバネの耐力値(ひびわれ耐力、降伏耐力)が正しく解析に取り込まれているか、解析で想定した履歴ループが正しく描かれているかをチェックします。本解析例は最大分布図、時刻歴波形図ともに不自然さはなく、応答履歴も設定した耐力値と想定した履歴ループが描かれていることから妥当な解析結果が得られていると判断できます。レベル2地震動における動的照査法は非線形動的解析から得られる最大変位、最大断面力等を用いて上下部工の耐震性能の照査を行います。詳細は道路橋示方書V(平成14年)7. 4を参照して下さい。

今回実施した解析例は、同一モデルを用いて応答スペクトル法解析と非線形動的解析を実施しました。その解析結果をみると、両者間においては橋梁全体の挙動は同じ傾向を示していますが、非線形動的解析の方が橋脚の非線形性を考慮したことにより、図4. 3の応答スペクトル法(断面力は図5. 6の死荷重の断面力を加算して評価)に比べ、変位は大きく、断面力は小さく出力されています。応答スペクトル法による解析結果はレベル2地震動の耐震性能の照査には用いせんが、橋梁全体の挙動の把握と非線形動的解析のモデルを適切にモデル化するために実施する検討解析においては有効な解析法です。

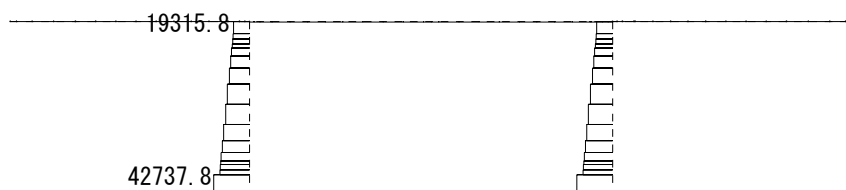
また、本解析例のようなPCラーメン橋は、地震時において橋脚の軸力が時々刻々変化します。本来は、軸力の変化にともない耐力値(ひび割れ耐力、降伏耐力、終局耐力)も変化しますが、一般的に実施する非線形動的解析は5. 1に記載したように死荷重時の軸力から橋脚の非線形特性を決定し、耐力値は一定として動的解析を実施します。ただし、地震時に発生する軸力が大きい場合は軸力変動を考慮した検討が必要になってきます。そこで、参考までに本解析例において、軸力変動を考慮した解析を実施し、前述した軸力変動を考慮しない解析結果と比較検討を行いました。軸力変動を考慮した解析結果を図5. 10、図5. 11、図5. 12に示します。軸力変動を考慮しない解析結果(図5. 7～図5. 9)と軸力変動を考慮した解析結果を比較すると最大変位、最大

断面力ともに差はあまり無く、本解析例のPCラーメン橋は地震時の軸力変動の影響は小さいことが判断できます。もし、軸力変動の影響が大きい場合は軸力変動による解析結果を取り込んだ耐震性能の照査が必要となってきます。



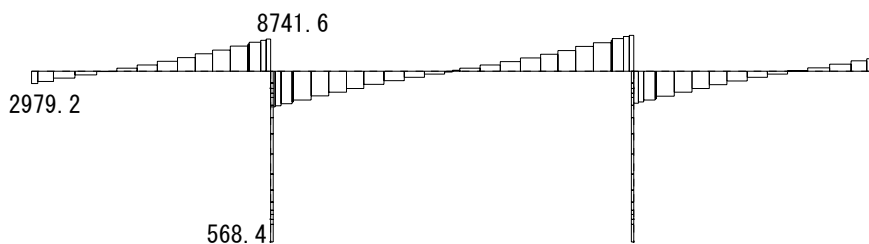
(a) 変位図

最大変位
7.2 (cm)



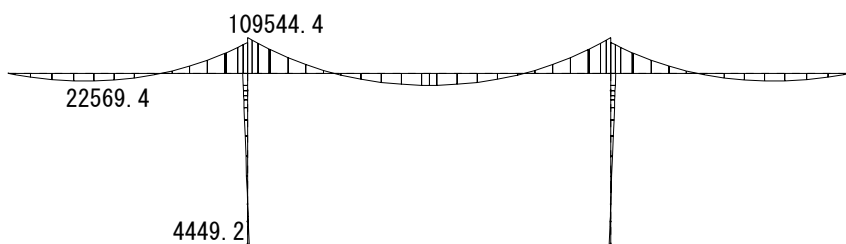
(b) 軸力図

最大軸力
42737.8 (KN)



(c) せん断力図

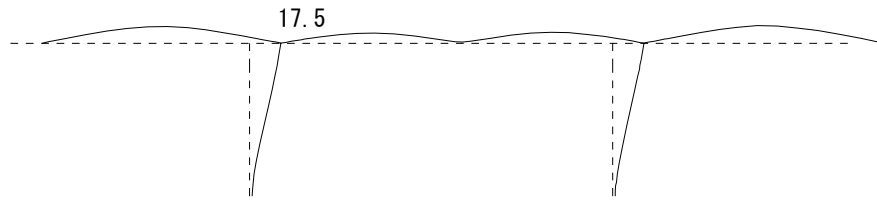
最大せん断力
8741.6 (KN)



(d) 曲げモーメント図

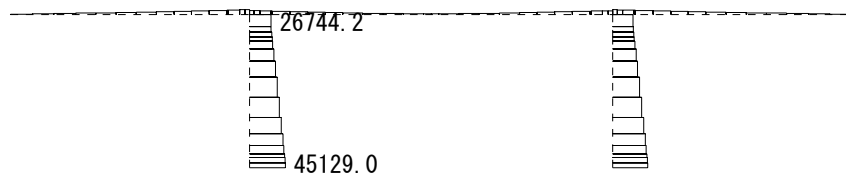
最大曲げモーメント
109544.4 (KN·m)

図5.6 死荷重の変位と断面力



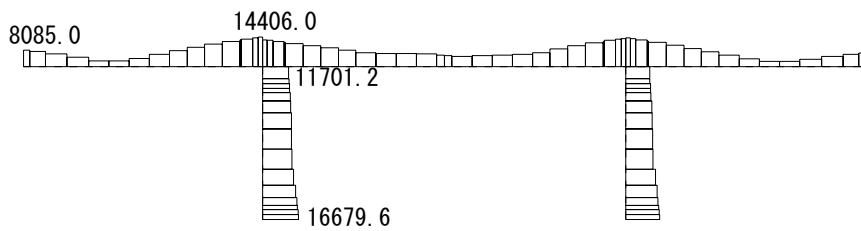
(a) 変位図 (数値: 橋脚下端からの相対変位)

最大変位
17.5 (cm)



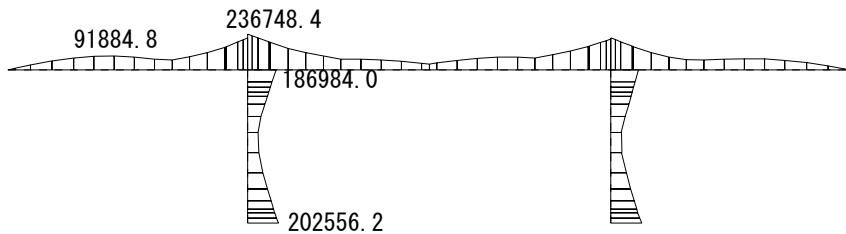
(b) 軸力図

最大軸力
45129.0 (KN)



(c) せん断力図

最大せん断力
16679.6 (KN)

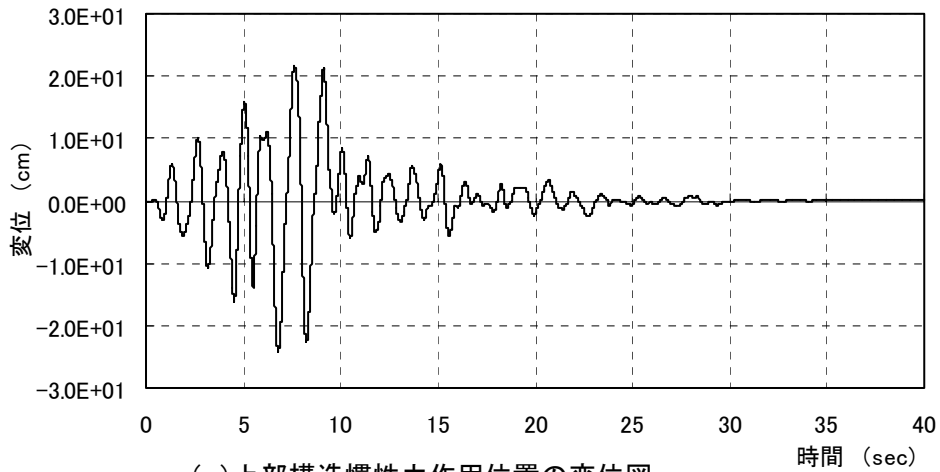


(d) 曲げモーメント図

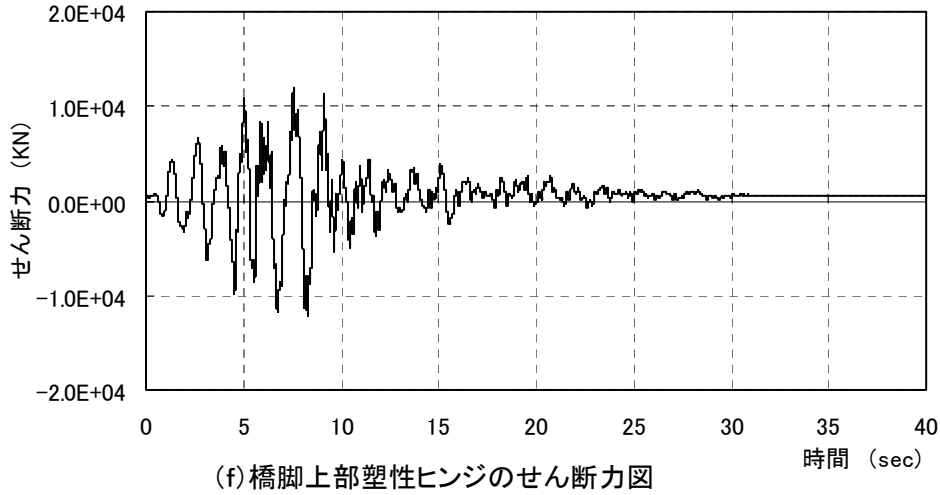
最大曲げモーメント
236748.4 (KN·m)

図5.7 最大応答(軸力変動考慮なし)

桁 P2橋脚上端 時刻歴変位
(最大値 -24.2 cm、時刻 6.788 sec)



P2橋脚上部塑性ヒンジのせん断力
(最大値 -12073 KN、時刻 8.276 sec)



P2橋脚上部塑性ヒンジの曲げモーメント
(最大値 150773 KNm、時刻 7.774 sec)

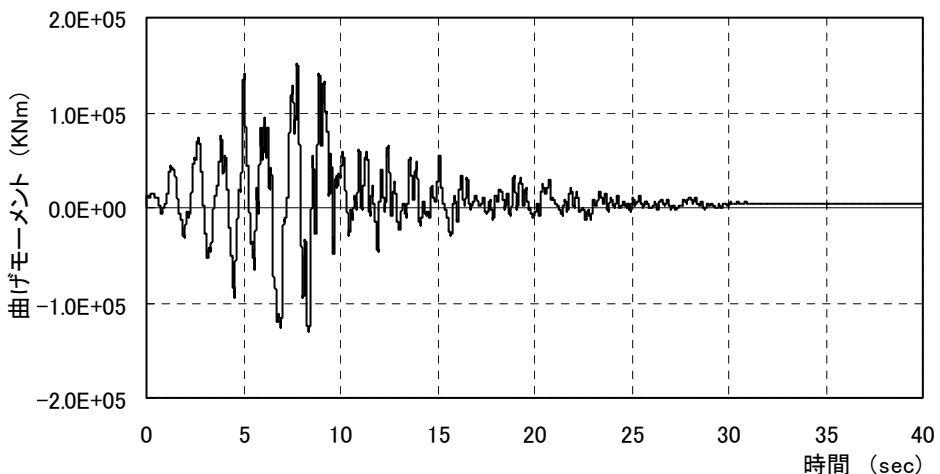
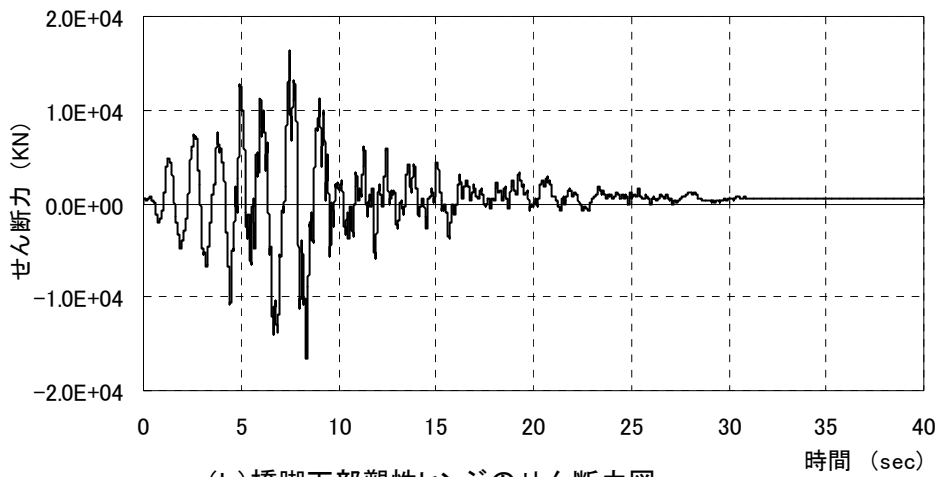


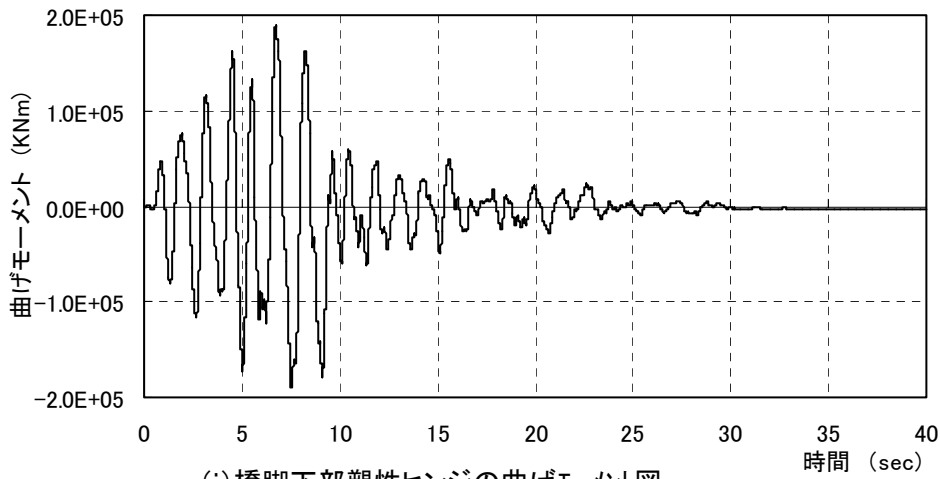
図5.8 時刻歴応答 (軸力変動考慮なし)

P2橋脚下部塑性ヒンジのせん断力
(最大値 -16679 KN、時刻 8.362 sec)



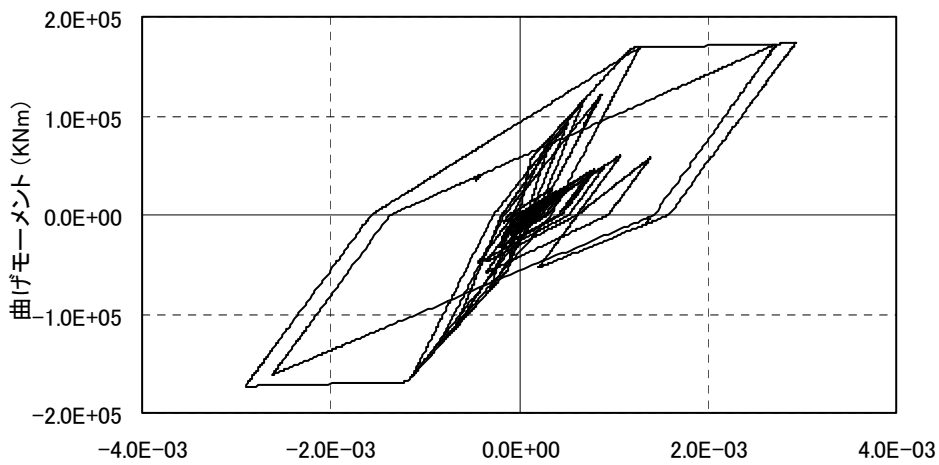
(h) 橋脚下部塑性ヒンジのせん断力図

P2橋脚下部塑性ヒンジの曲げモーメント
(最大値 -189899 KNm、時刻 7.512 sec)



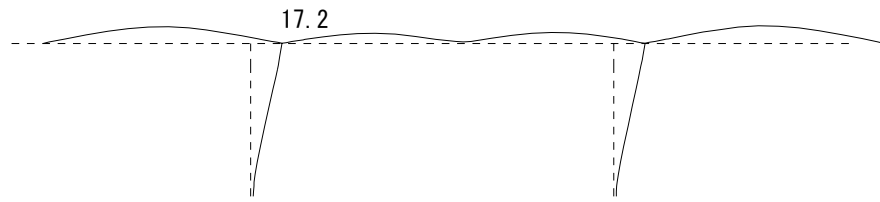
(i) 橋脚下部塑性ヒンジの曲げモーメント図

P2橋脚基部塑性ヒンジの応答履歴



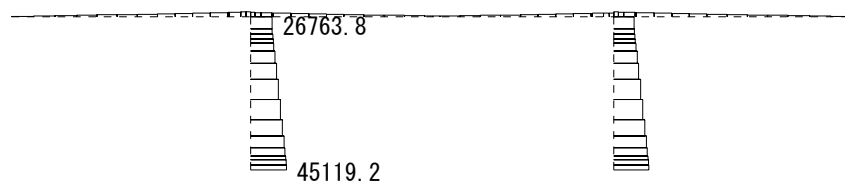
(j) 橋脚下部塑性ヒンジの曲げモーメント-回転角による応答履歴図

図5.9 時刻歴応答(軸力変動考慮なし)



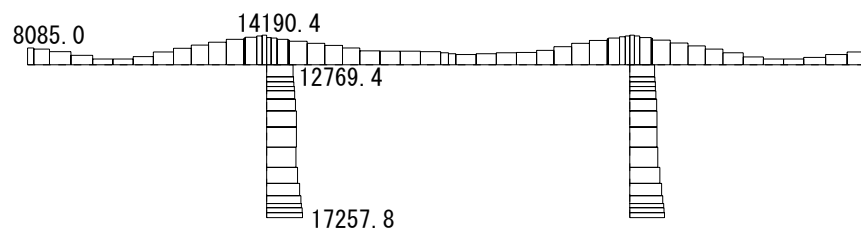
(a) 変位図 (数値: 橋脚基部からの相対変位)

最大変位
17.2 (cm)



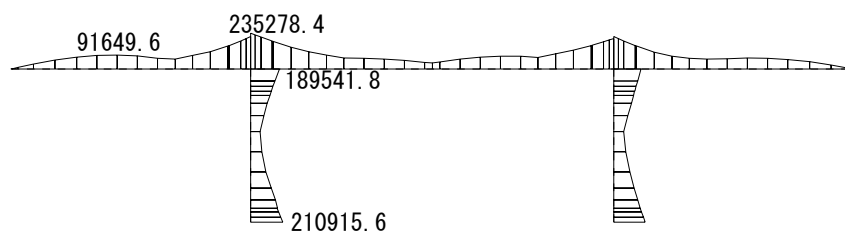
(b) 軸力図

最大軸力
45119.2 (kN)



(c) せん断力図

最大せん断力
17257.8 (kN)

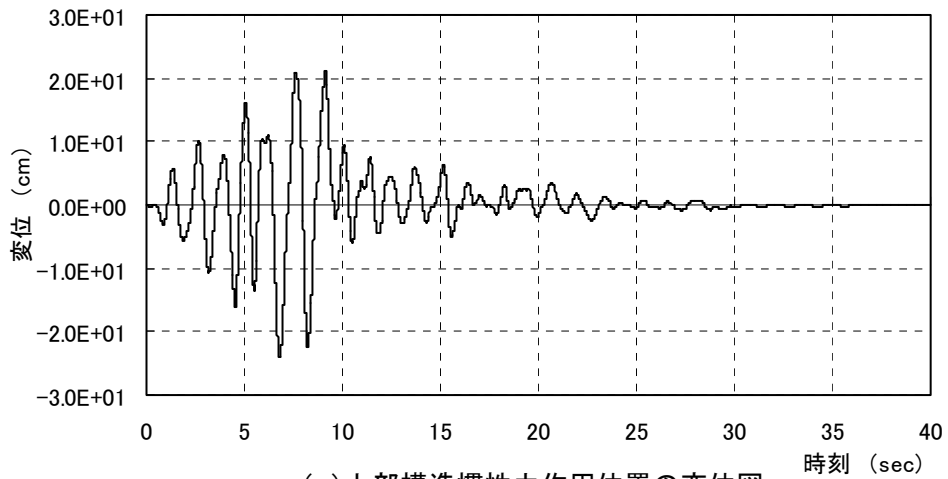


(d) 曲げモーメント図

最大曲げモーメント
235278.4 (kN·m)

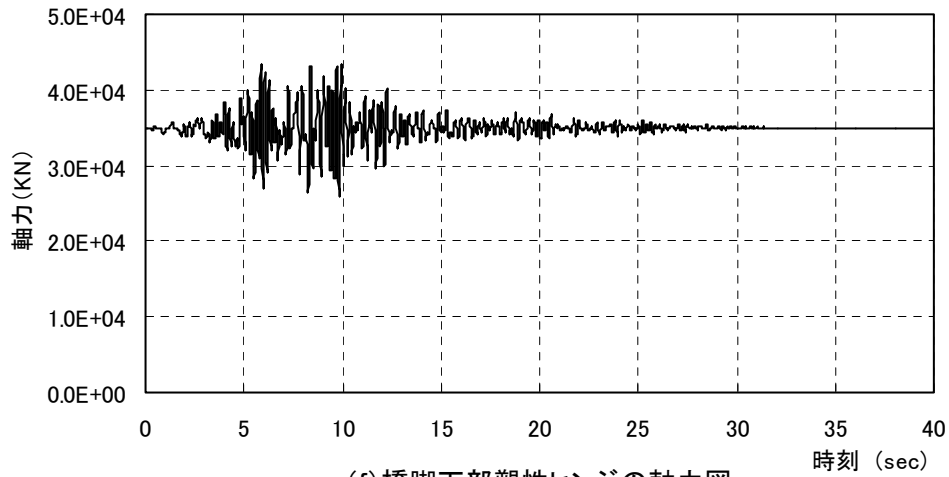
図5. 10 最大応答(軸力変動考慮)

軸力変動 桁 P2橋脚上端 時刻歴変位
(最大値 -24.1 cm、時刻 6.788 sec)



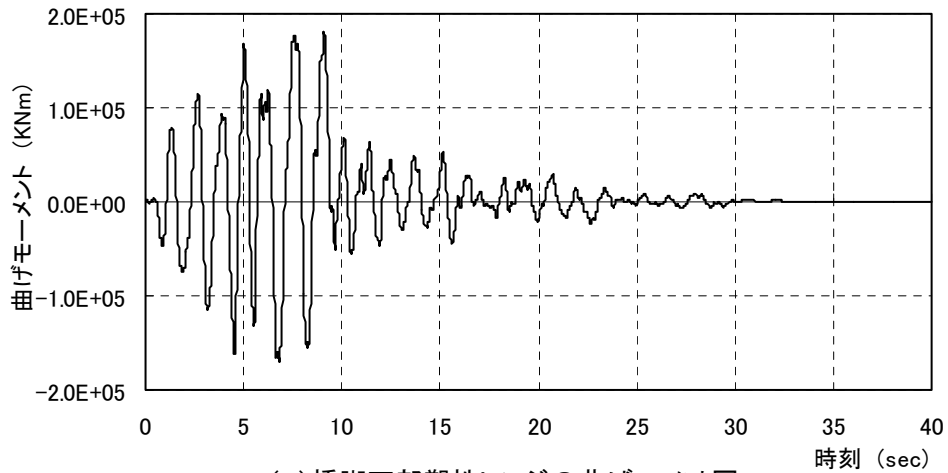
(e) 上部構造慣性力作用位置の変位図

軸力変動 P2橋脚下部塑性ヒンジの軸力
(最大値 43482 KN、時刻 5.854 sec)



(f) 橋脚下部塑性ヒンジの軸力図

軸力変動 P2橋脚下部塑性ヒンジの曲げモーメント
(最大値 181285 KNm、時刻 9.088 sec)



(g) 橋脚下部塑性ヒンジの曲げモーメント図

図5.11 時刻歴応答(軸力変動考慮)

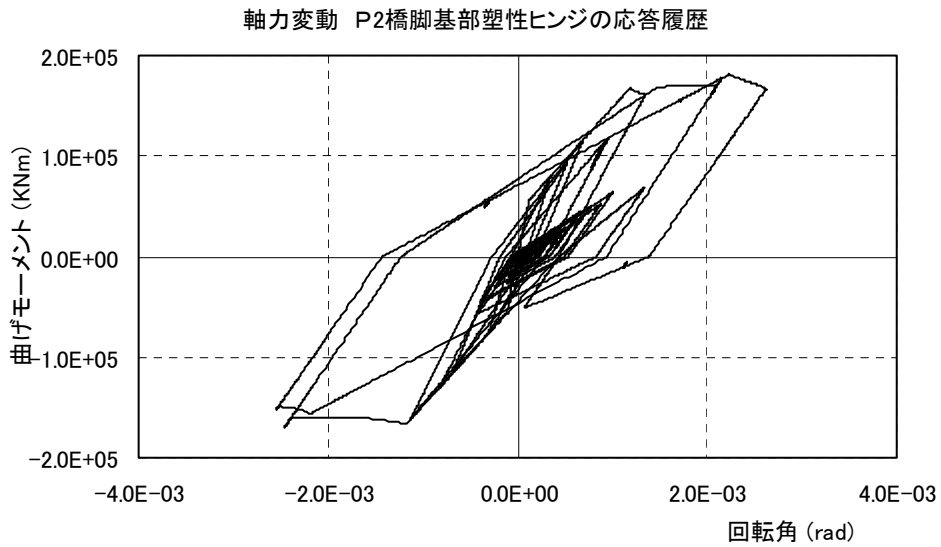
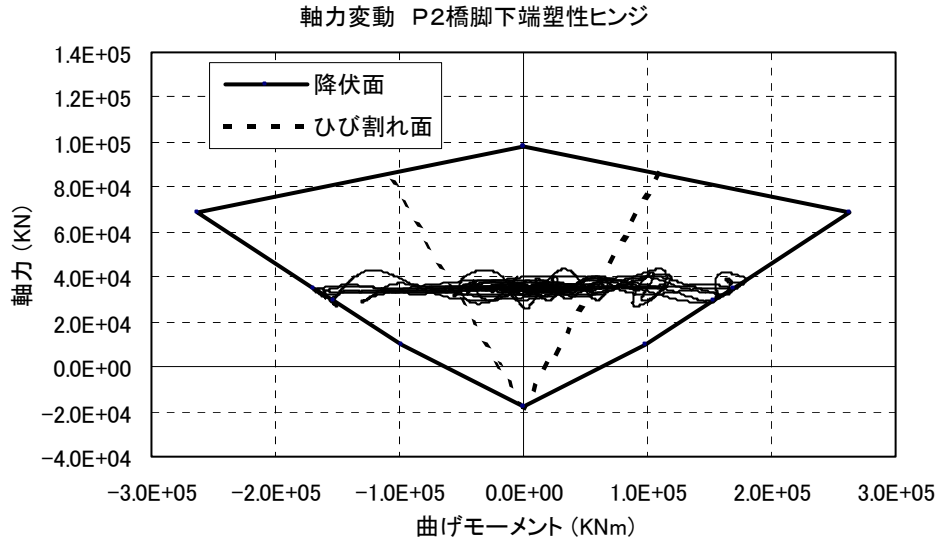


図5. 12 時刻歴応答(軸力変動考慮)

参考文献

- [1] (社)日本道路協会:道路橋示方書・同解説Ⅴ耐震設計編 平成2年2月
- [2] (社)日本道路協会:道路橋示方書・同解説Ⅴ耐震設計編 平成8年12月
- [3] (財)土木研究センター:耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書 平成9年5月
- [4] (社)日本道路協会:道路橋の耐震設計に関する資料 平成10年1月
- [5] 日本道路公団:設計要領 第二集 平成10年4月
- [6] (社)日本道路協会:道路橋示方書・同解説Ⅴ耐震設計編 平成14年3月