

第3回 PC構造で使ってみよう(その1)

講師：小幡 泰弘*1・栗野 哲也*2

1. プレストレスについて

PC構造物を設計・照査するためには、プレストレスによる影響を把握することが必要不可欠となっています。そのための手法の一つとして、最近ではFEM解析が盛んに行われています。第1回、2回ではFEM解析の概要とモデリングについて紹介しましたが、今回からはPC構造物に対して、どのようにFEMを適用すればよいかを説明します。

1.1 プレストレスの種類

プレストレスの種類には、プレストレスの導入方法や配置位置の違いにより次のように分類することができます。

(1) プレストレスの導入方法の違い

① プレテンション方式

緊張材を緊張した後にコンクリートを打設し、硬化後に緊張力を解放して、緊張材とコンクリートの付着力によりプレストレスを与える方式

② ポストテンション方式

コンクリートの硬化後に緊張材を緊張し、定着具を用いてプレストレスを与える方式

(2) 配置位置の違い

① 内ケーブル方式

コンクリート部材の内部に緊張材を配置する方式

② 外ケーブル方式

コンクリート部材の外側に緊張材を配置する方式

1.2 FEM解析におけるプレストレスの扱い方

プレストレスは緊張材に引張力を与えることにより、コンクリートに圧縮力を導入することです。この圧縮力やそれにより生じる不静定2次力が構造物に与える影響をFEM解析により把握することになります。また、緊張材や定着方法には各種のものがありますが、緊張材とコンクリートの付着、定着金具の影響などの局所的な検討を目的としないのであれば、解析上ではそれについて考慮しないのが一般的です。

(1) プレストレスの減少

緊張力は次のような要因で減少します。

- ① 摩擦による減少
- ② コンクリートの弾性変形による減少
- ③ 定着金具のめり込みによる減少
- ④ PC鋼材のリラクゼーションによる減少

⑤ コンクリートのクリープ・乾燥収縮による減少
一般的には、このような要因によって減少した後の有効緊張力を扱うことで対処しています。

(2) 不静定2次応力

不静定構造物では、緊張力と緊張材の偏心によって生じる曲げモーメントによるコンクリートの弾性変形が拘束されるため、不静定2次応力が生じます。

骨組解析では一般に2次応力だけが計算されますが、FEM解析では緊張力を外力として載荷するため、1次応力と2次応力の組み合わせられた値が算出されます。

(3) FEM解析における緊張力の与え方

FEM解析では緊張力は外力(荷重)として与えなければなりません。また、緊張材は直線だけでなく、曲線や折れ線でも配置されます。曲線や折れ線の場合の載荷方法には次のような方法があります。

- ① 緊張力を分力で載荷する方法
- ② 緊張力をトラス要素により載荷する方法
- ③ 緊張力を腹圧力により載荷する方法

以下では、これらの方法を解析モデルや使用要素により使い分けることで、緊張力を与える方法を具体的に説明します。

2. 緊張材が直線の場合

2.1 緊張力の載荷方法

図-1のような単純桁に緊張材が直線的に配置されているプレテンション桁を例に説明します。プレテンション方式は、張力を与えた緊張材に対してコンクリートを打設するわけですから、一般的には緊張材は直線となり簡単に解析することができます。図-2のように緊張材は100kNで引っ張られているわけですが、コンクリートの硬化後に

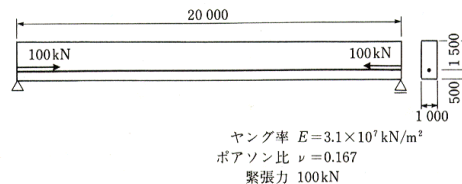


図-1 プレテンション桁の例

*1 Yasuhiro OBATA: ㈱CRC総合研究所 建設技術部 土木・橋梁課 課長
*2 Tetsuya AWANO: ㈱CRC総合研究所 建設技術部 土木・橋梁課

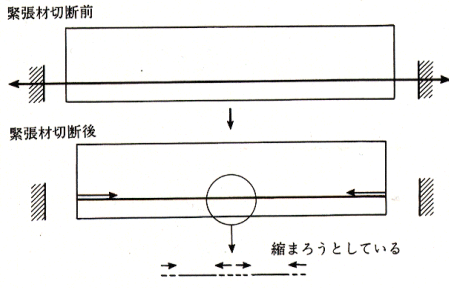


図-2 緊張力の導入

は、緊張力を解放することによりコンクリートがその反力を受けもつことになります。そのときの緊張材は全長にわたり縮まろうとする力で釣り合っています。結果として端部には、緊張材に与えた緊張力が作用することになります。FEMではその力を外力として載荷すればよいことになります。

2.2 解析結果

この例題は、単純桁が長方形でかつ、緊張材が厚さ方向の中央に配置されているため、平面問題として扱うことができます。計算結果を図-3に示します。

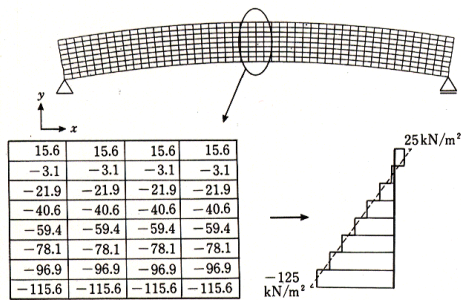


図-3 変形および水平応力度

平面応力要素の応力度は要素重心で計算されているので、外挿補間により上下縁の応力度を計算すると、上縁応力度 $\sigma_u = 25 \text{ kN/m}^2$ 、下縁応力度 $\sigma_l = -125 \text{ kN/m}^2$ となります。したがって、この梁に作用する断面力は次のようになります。

$$N = \sigma_N \cdot A = \frac{(\sigma_u + \sigma_l)}{2} \cdot A = \frac{25 - 125}{2} \times 2.0 = -100 \text{ kN} \quad (\sigma_N: \text{軸圧縮応力度})$$

$$M = \sigma_M \cdot Z = \frac{(\sigma_u - \sigma_l)}{2} \cdot Z = \frac{25 + 125}{2} \times 0.667 = 50 \text{ kNm} \quad (\sigma_M: \text{曲げ応力度})$$

緊張材は梁の軸心から0.5m偏心しているので、 $M = p \cdot e = 100 \times 0.5 = 50 \text{ kNm}$ となり、計算結果と一致します。

3. 緊張材が曲線の場合

ポストテンション方式や外ケーブル方式は、コンクリー

トが硬化した後に緊張材に張力を与える方式ですが、緊張材が直線ではなく曲線で配置されるのでFEMで扱うことが面倒になります。

ここでは、そのための方法を図-4に示すようなポストテンション方式の単純桁で説明します。

この例題では、100kNの緊張力を両引きによって与えています。図-4には、各断面における張力の減少を考慮した有効張力を示しています(有効張力は別のプログラムで計算した結果です)。

緊張材は、直線区間と半径10mの円弧区間に分かれています。直線部分については前章で説明したように、その線分の両端にお互いに向き合う方向に定着力を外力として与えることができますが、円弧部分の処理が問題となります。その方法を次に説明します。

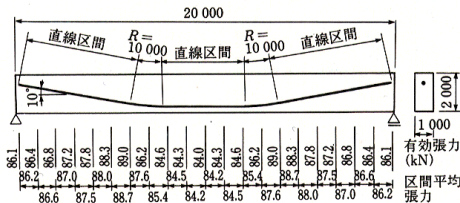


図-4 ポストテンション桁の例

3.1 緊張力を分力で載荷する方法

FEMモデルで曲線を表現するには、折れ線で近似する以外にはありません。円弧部分を図-5に示す折れ線に近似した場合、その折れ点での力の釣合いについて考えてみます。

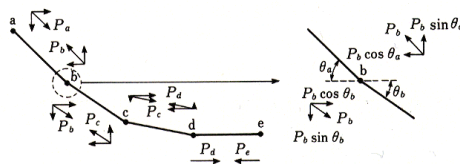


図-5 緊張力の釣合い

各点での緊張力を P_a, P_b, \dots, P_e とした場合の力の釣合いを垂直・水平分力に分解して表すと、図-5のようになります。b点で考えると、垂直方向の分力 $P_v = P_b \sin \theta_a + P_b \sin \theta_b$ と、水平方向の分力 $P_h = P_b \cos \theta_a + P_b \cos \theta_b$ が作用しています。この方法により、各点で計算した分力を外力として作用させればよいことが分かります。ただし、この方法では隣り合う各点からお互いの方向に向く力の大きさが異なるため、構造物全体にわたって集計すると分力が残ってしまいます。これでは、不釣合い力が外力として作用してしまい、正しい解析結果を得ることができません。

そこで、各区間では両端の張力の平均値を用いることで解決することができます。すなわち、b点に働く力はそれぞれ

$$P_v = P_{ab} \sin \theta_a + P_{bc} \sin \theta_b$$

$$P_h = P_{ab} \cos \theta_a + P_{bc} \cos \theta_b$$

となります。

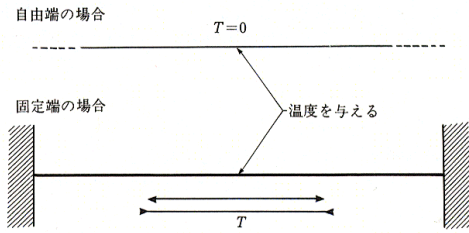


図-6 緊張材の温度による変化

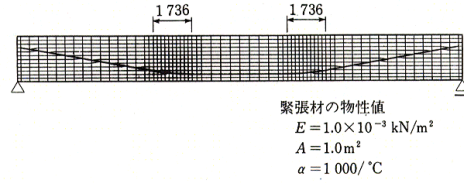


図-7 トラス要素を用いた例

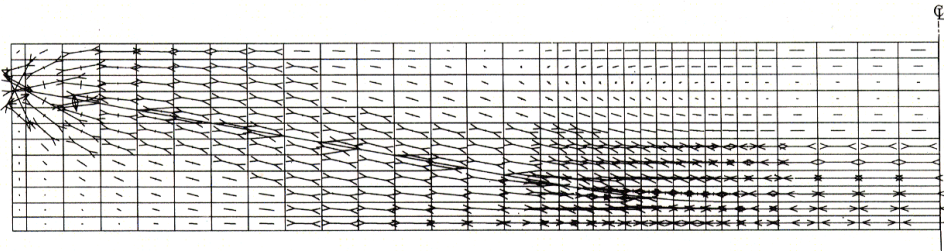


図-8 主応力ベクトル図

ここで、 $P_{ab} = (P_a + P_b)/2$ と $P_{bc} = (P_b + P_c)/2$ は、それぞれ区間 a b, b c に作用する平均張力です。

このように、分力を用いて緊張力を作用させることができるわけです。

ただし、分力を実際に荷重として作用させる方法は、解析ソフトによってそれぞれ方法が異なります。各区間のお互いの点に向けて、節点荷重データを入力することができるソフトでは、比較的楽にデータを作成することができます。しかし、その方向をベクトルで与えなければならないソフトでは、たいへんな労力が必要となります。

3.2 緊張力をトラス要素により載荷する方法

分力による方法は、モデル上の各点で緊張力の分力を計算しなければなりません。また、緊張材が3次元の曲線の場合は3方向の分力を計算することは非常に困難です。

ここでは、この分力を解析ソフトに自動的に計算させる方法を説明します。

一般的なFEM解析ソフトには、温度応力解析機能が標準的に組み込まれています。その機能を使うことで分力を自動的に計算し、FEMモデルに作用させることができます。

図-6のように、緊張材に温度変化を与える場合を考えます。両端または片方の端部が固定されていない場合は、温度により自由に伸び縮みしてしまい張力は発生しませんが、両端が固定されている緊張材に温度降下を与えると張力が発生します。

今、断面積 A 、ヤング率 E 、線膨張係数 α の諸元をもつ緊張材に温度変化 Δt を与えた場合に発生する張力 T は次式で表します。

$$T = EA \alpha \Delta t$$

ここで、FEMで扱いやすくするために上式を変形すると $\alpha \Delta t = T/EA$ となることから、温度変化 $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ によって $T = 1 \text{ kN}$ を得るには、 $\alpha = 1/EA$ という関係を満足させ

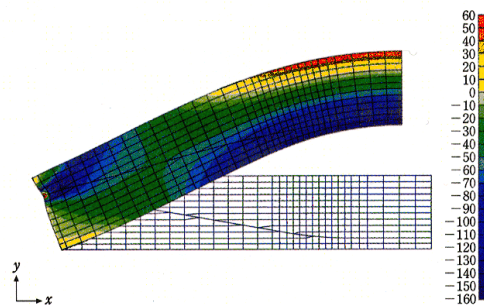


図-9 変形および軸方向応力コンター図

ればよいことが分かります。

実際にFEMモデルに適用する場合は、緊張材をトラス要素としてモデル化すればよいことになります。トラス要素とは断面積をもつ1次元要素であり、軸力を伝える要素です(立体解析では、ねじりモーメントも伝えます)。

トラス要素を用いる利点は、緊張力を変えてトライアル計算を行う際に、分力や節点荷重を変更することなく、各要素の温度を変更することで比較的容易に行うことができる点です。ただし、ここで注意しなければならないのは、緊張力以外の荷重を扱う場合に緊張材の剛性がコンクリートに影響を及ぼしてしまうことです。このことは、 E あるいは A にできるだけ小さい値を与えることで避けることができます。

図-7にトラス部材をモデル化した例を示します。

コンクリート桁の諸元は、2章のプレテンション方式のモデルと同じです。また、緊張力は有効張力で100 kN与えています。

図-8から圧縮応力が緊張材に沿って分布していることが分かります。図-9は軸方向応力の分布と変形を示しています。

3.3 緊張力を腹圧力により載荷する方法

これまで説明してきた方法では、FEMモデル上に緊張材の配置を反映させなければなりません。

しかし、実際の構造物は複雑な形状をしています。また、緊張材も多数配置されることを考えると、緊張材の配置を考慮したFEMモデルを作ることは容易ではありません。

緊張材の配置をあまり意識しないですむ方法を次に説明します。

(1) 腹圧力について

円弧部分について、図-10に示す微小区間の力の釣合いを考えてみます。

曲率半径 r の緊張力による腹圧力は、微小区間に働く力の釣合いから導くことができます。実際には、緊張材は曲率をもつためコンクリート（シース）と緊張材の間には摩擦力が発生しますが、ここでは簡単のために無視することにします。

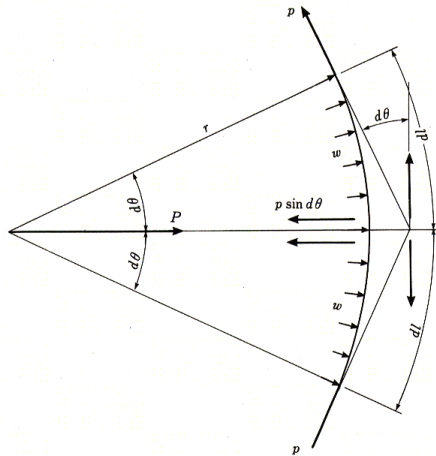


図-10 微小区間での力の釣合い

緊張力の接線方向成分は、お互いに釣り合っていることが分かります。また、法線方向成分はそれぞれ円の中心方向に向いています。

ここで、2つの法線方向成分と釣り合う力を P とすると、次式のように表すことができます。

$$P = 2p \sin \theta$$

一方、 P は微小区間 dl に一様に分布する力 w の合力と考えられ、 $dl = r d\theta$ であることから、

$$P = 2wr d\theta$$

となり、上記2式をまとめると次式になります。

$$2wr d\theta = 2p \sin d\theta$$

ここで、 $d\theta$ は微小角であり、 $\sin d\theta \approx d\theta$ と考えると、次式になります。

$$2wr d\theta = 2pd\theta$$

$$w = p/r$$

以上より、ケーブル張力 p による腹圧力は、分布荷重 w で表すことができます。

(2) 平面応力要素を用いた解析

腹圧力を図-4の単純桁に対して適用してみます。図-11に解析モデルと荷重図を示します。このモデルでは、緊張材をモデルに反映していません。

桁端部の緊張材の定着角度は10度ですから、直線区間の鉛直成分は、 $p = 100 \times \sin 10^\circ = 17.365 \text{ kN}$ となります。この鉛直成分が腹圧力と釣り合う力となります。

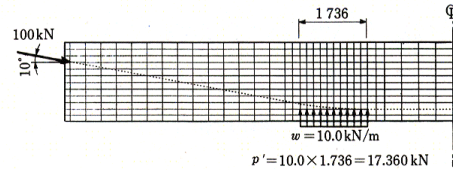


図-11 腹圧力による載荷図

一方、円弧部の曲率半径は10mですから、腹圧力 w は、 $w = p/r = 100/10 = 10 \text{ kN/m}$ で、その合力は、 $p' = 10 \times 1.736 = 17.360 \text{ kN}$ となります。腹圧力の合力は円の中心方向に向かいますが、 p および p' は、ほぼ等しい大きさなので腹圧力の値を調整して鉛直方向に載荷します。

この方法で計算した軸方向応力図を図-12に示します。

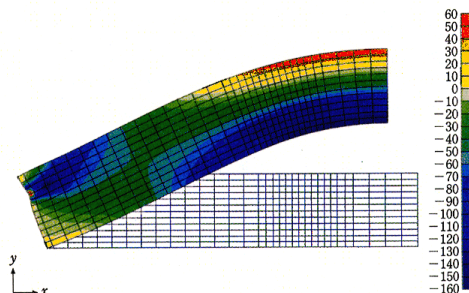


図-12 変形および軸方向応力コンター図

(3) シェル要素を用いた解析

ここまでの例題では、FEMで入力する荷重は節点荷重でしたが、腹圧力は面分布荷重として扱えるため、床版のような板状の構造物に対して適していると言えます。次に、面内変形と曲げ変形を扱うことのできるシェル要素を用いた例で説明します。シェル要素では面分布荷重とモーメント荷重が扱えるという利点があります。

図-13は、ここまで説明に用いてきた単純桁のモデルを厚さ2mの単純支持版とした場合のモデル図です。

単純桁モデルの結果と比較するために、板厚、緊張材の配置および張力は同じ値とします。

荷重図を図-14に示します。今、緊張材は等間隔1mで配置されていますから、緊張力は奥行方向に一様に分布していると考えます。したがって、腹圧力は図-11の分布が奥行方向にも続いたため、 $w = 10.0 (\text{kN/m}) / 1.0 (\text{m}) = 10.0 \text{ kN/m}^2$ の面分布荷重となります。

平面応力モデルでは定着部の緊張力をモデル上の定着位

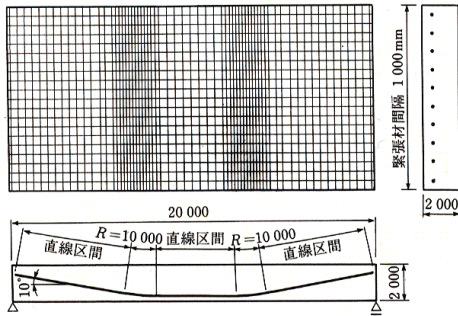


図-13 単純支持版モデル

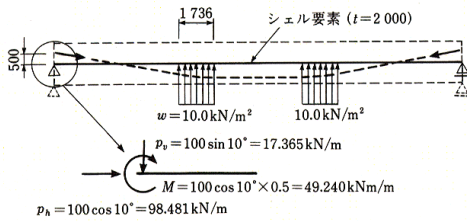


図-14 荷重載荷図

置の節点に直接与えることができました。しかし、この例では図-14に示すようにモデルの外に定着位置がきてしまいます。そのためには、緊張力の水平成分と要素軸心と定着位置との偏心量とで生じる曲げモーメントを載荷しなければなりません。

以上より、定着位置での緊張力は図-14に示す p_v 、 p_h 、 M を奥行方向に線分布荷重として載荷します。

図-15は、この方法によって計算した単純支持版の上下縁での軸方向応力のコンター図です。

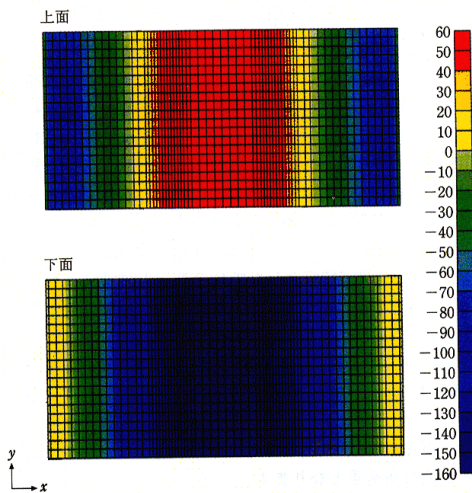


図-15 変形および軸方向応力 (σ_x) コンター図

3.4 結果の比較

断面 $L/2$ に働く断面力および軸方向応力は、図-16に示す緊張力と偏心量より次のように計算できます。

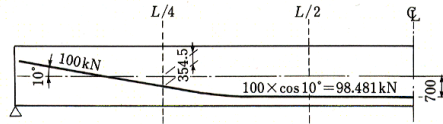


図-16 緊張力と偏心量

$$\text{軸力 } N = -100 \times \cos 10^\circ = -98.481 \text{ kN}$$

$$\text{曲げ応力度 } M = -98.481 \times 0.7 = -68.937 \text{ kNm}$$

$$\text{軸応力度 } \sigma_N = N/A = -98.481/2.0 = -49.240 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{曲げ応力度 } \sigma_M = \pm 68.937/0.667 = \pm 103.405 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{上縁応力度 } \sigma_u = -49.240 + 103.405 = 54.165 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{下縁応力度 } \sigma_l = -49.240 - 103.405 = -152.645 \text{ kN/m}^2$$

同様に断面 $L/4$ では、次のようになります。

$$\text{上縁応力度 } \sigma_u = -49.240 + 52.382 = 3.142 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{下縁応力度 } \sigma_l = -49.240 - 52.382 = -101.622 \text{ kN/m}^2$$

以上2断面の上下縁応力度とこれまでの計算結果から、前述(図-3)と同様に求めた上下縁応力度を表-1にまとめます。

表-1 軸方向応力度比較表

| | (単位: kN/m ²) | | | |
|-----------------|--------------------------|----------|--------|----------|
| | L/4断面 | | L/2断面 | |
| | 上縁 | 下縁 | 上縁 | 下縁 |
| 正解値 | 3.142 | -101.622 | 54.165 | -152.645 |
| トラスモデル (図-9) | 2.891 | -100.390 | 54.428 | -152.822 |
| 腹圧力要素 (図-12) | 2.882 | -100.448 | 54.540 | -152.938 |
| シェル要素 (図-15) | 3.231 | -101.712 | 54.336 | -152.818 |

どの結果もそれほど違いはありませんが、シェル要素モデルはとくに正解値に近い値となっています。これは、シェル要素が板曲げを考慮しているためです。また、平面応力要素の断面 $L/4$ はちょうど緊張材の曲線部となるため、荷重載荷位置であることの影響も誤差の原因となっていると思われます。

4. 外ケーブル方式の場合

外ケーブル方式の橋梁を解析する場合でも、これまで扱ってきた内ケーブル方式と同様に緊張力を外力として載荷する方法と、外ケーブルを構造部材として扱い緊張力を内力として載荷する方法があります。

ここでは、外ケーブルを実際の剛度をもったトラス要素としてモデル化し、内力として緊張力を載荷する場合について、図-17に示す外ケーブル方式の3径間連続箱桁を例に説明します。

4.1 偏向部の扱い

外ケーブルの偏向部は、ケーブルとディビエータの摩擦を考えない場合、図-17(c)に示すように剛な(ばね定数=∞)ケーブル法線方向のばねで結合します。厳密にはディビ

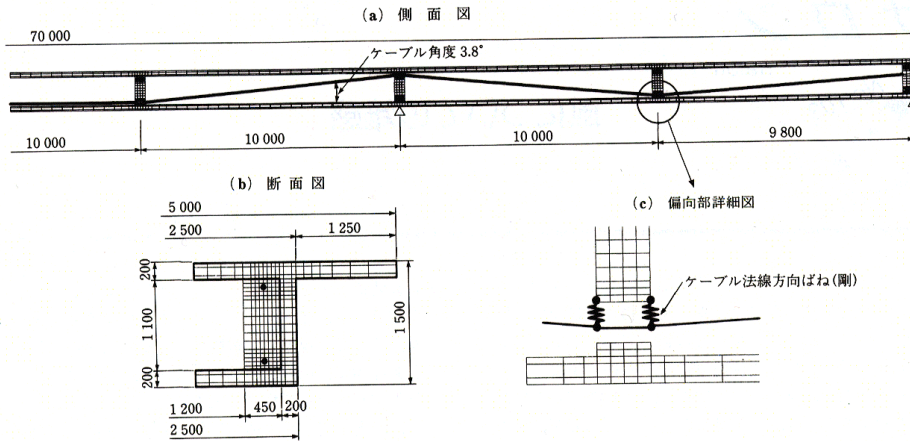


図-17 外ケーブル桁モデル図

エータの幅すべてに対して剛ばねで結合しますが、偏向部そのものが検討箇所でない場合は、図-17(c)のようにその両端だけにばねを設けても問題はありません。

一方、骨組解析におけるモデル化では、ディビエータに幅をもたせることができないため1点でケーブル部材を結びます。

そのモデル図を図-18に示します。

4.2 解析結果

ソリッド要素を用いた1/4対称モデルを用いて、①ケーブル緊張力、②自重、③緊張力+自重の解析を行います。解析に用いたパラメーターを次に示します。

① コンクリート

- ・ヤング率 $3.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
- ・ポアソン比 0.167
- ・単位体積重量 25 kN/m^3

② ケーブル

- ・ヤング率 $2.0 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$
- ・断面積 $2\,250 \text{ mm}^2$
- ・緊張力 $3\,000 \text{ kN}$

トラス要素に張力 $3\,000 \text{ kN}$ を導入するために、 $P = EA \alpha \Delta t$ より線膨張係数 $\alpha = 2.22 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ として、温度差 $\Delta t = -3\,000^\circ\text{C}$ を与えます。

図-19に各ケースでの変形形状および橋軸方向の応力状態を示します。これより、自重による応力を緊張力でキャンセルしている様子が分かります。

次に、トラス要素の断面力を見てみます。

外ケーブル緊張力ケースの結果では $2\,900 \text{ kN}$ となり、 100 kN 程度減少しています。これは、コンクリートの弾性収縮によりケーブルが縮み、緊張力が減少したためです。

温度差を利用して正確な張力を導入する場合は、減少分を見込んで、与える温度を割り増す必要があります。

実際の設計をするうえで問題になってくるのが、定着部や偏向部での応力集中です。図-9、図-12や図-19の定

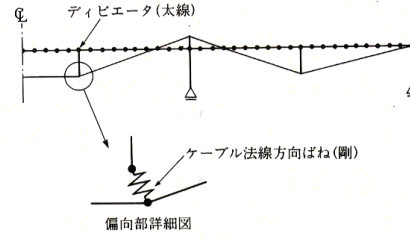


図-18 骨組解析モデル

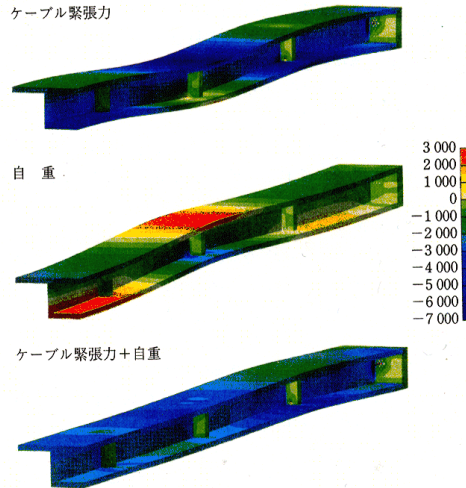


図-19 変形および橋軸方向応力図

着部を見ると応力が集中していることが分かります。

今回は、定着部や偏向部での解析方法について説明します。