

ハイブリッド型ペナルティ法の断層破壊への適用

IMPLEMENT OF HYBRID-TYPE PENALTY METHOD FOR RUPTURE PROBLEMS OF FAULTS

河路薫¹⁾, 曹国強²⁾, 秋山伸一²⁾, 中村均¹⁾, 竹内則雄³⁾

KAWAJI Kaoru, CAO Guo Qiang, AKIYAMA Shinichi, NAKAMURA Hitoshi and TAKEUCHI Norio

1) 工修 伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 (〒100-6080 東京都千代田区霞が関 3-2-5
E-mail: kaoru.kawaji@ctc-g.co.jp)

2) 工博 伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 (〒100-6080 東京都千代田区霞が関 3-2-5)

3) 工博 法政大学教授 理工学部 (〒102-8160 東京都千代田区富士見 2-17-1)

It is necessary to consider the friction composition rule that expresses the stress and the slip displacement relation of the fault plane to evaluate the fault rupture that happens in the ground by the numerical analysis. A hybrid-type penalty method can deal with the fracture on the intersection boundary and yielding in the each element at the same time. We introduced the slip weakening law into a hybrid-type penalty method as a friction rule. The proposed method was applied to, as numerical example, an analysis of the shear rupture problem. This paper shows the characteristic of hybrid-type penalty method that introduces slip weakening law.

Key Words: Hybrid Type Penalty Method, Slip Weaking Law, Rupture of Faults

1. はじめに

断層破壊のシミュレーション技術の向上は、震源過程の解明や地震発生の予測、ハザード評価を高度化する上で、重要な課題である。そのため、こうした断層破壊の動力学的シミュレーションに関する研究は、近年の解析技術の向上も伴って、差分法 (FDM) [1] [2], 有限要素法 (FEM) [3], 境界積分方程式法 (BIEM) [4] [5], 個別要素法 (DEM) [6] など、様々な手法を用いて行われている。

これらの手法を用いて断層破壊のシミュレーションを行う場合、例えば、通常の FDM や FEM では破壊を起こす断層面を予め設定する必要があるといった問題がある。また、BIEM では、進行性破壊のシミュレーションが可能であるが、層構造を成すような不均質地盤を対象とする場合には不利になる。一方、DEM では上述のような破壊面を予め設定する必要がなく、また不均質地盤にも対応可能であるが、要素毎に運動方程式を逐一解く必要があるため、計算時間が膨大になるといった問題がある。このように、断層破壊のシミュレーションについては、各手法に一長一短があり、実用化に至っていないのが現状である。

このような背景に対し、本研究では、ハイブリッド型ペナルティ法 (HPM) [7] [8] を用いた断層破壊シミュレーションについての検討を試みる。ハイブリッド型ペナルティ法とは、FEM による要素境界面の物理量を取り扱うハイブリッド型の変分原理に基づき、Lagrange

未定乗数にばねの考え方を導入し、ばね定数としてペナルティを用いる方法である。この方法によると、従来の FEM と同様なモデル化が可能であるため、複雑かつ不均質な地盤を対象とすることができる。さらに、要素境界で求められる表面力が破壊強度を超えた場合に、その要素境界面のペナルティを切ることで、すべり破壊や引張破壊などの進行型破壊が表現できるため、従来の FEM で問題となった破壊面の設定が必要ないといった特徴を有する。本研究において HPM に着目した理由はこうした点にある。

断層破壊シミュレーションでは、一般に、断層面に作用する応力と断層面上のすべりの関係としてすべり弱摩擦則 [9] を考慮しながら運動方程式を解くことにより、破壊がどのように広がり、地震波がどのように生成されるのかを調べることになる。一方、現状の HPM には、上述のすべり弱摩擦則や動的解析の機能が実装されていないため、このままでは動的な断層破壊シミュレーションを行うことは困難である。そこで、本研究では HPM を断層破壊問題に適用する第一歩として、すべり弱摩擦則の導入を試みる。

2. 数値解析手法の概要

(1) 基礎方程式

弾性問題における基礎方程式は次の式で表される。

$$\mathbf{L}^t \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0 \quad (1)$$

ここに、 σ は応力ベクトル、 f は物体力、 L は微分作用素を表す。

式 (1) に幾何学的境界条件を満たす仮想変位 δu を乗じて領域 Ω について積分し、ガウスの発散定理を用いると、次式のような領域 Ω に関する仮想仕事の原理式を得ることができる。

$$\int_{\Omega} [L\delta u]^t \sigma d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^t \bar{f} d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} \delta u^t \bar{T} d\Gamma = 0 \quad (2)$$

ここに、領域 Ω は閉境界 Γ で囲まれた M 個の部分領域 $\Omega^{(e)}$ から構成される。このとき、式 (2) は各部分領域の和として表わすことができる。この部分領域の境界に Lagrange の未定乗数法を用いて付帯条件を課すと以下の式を得ることができる [8]。

$$\sum_{e=1}^M \left(\int_{\Omega^{(e)}} [L\delta u]^t \sigma d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \delta u^t \bar{f} d\Omega - \int_{\Gamma_t} \delta u^t \bar{T} d\Gamma \right) - \sum_{s=1}^N \left(\delta \int_{\Gamma_{<s>}} \lambda^t (\hat{u}^{(a)} - \hat{u}^{(b)}) d\Gamma \right) = 0 \quad (3)$$

ただし、 N は隣接する 2 つの要素境界辺の数、上付き $(a), (b)$ は境界を構成する部分領域に関する物理量を表す。Lagrange の未定乗数 λ は、部分領域間の境界 $\Gamma_{<ab>}$ 上の表面力を意味している。式 (3) が HPM の基本の式となる。

(2) 離散化方程式

HPM では、部分領域 $\Omega^{(e)}$ 内の任意点における剛体変位、剛体回転 $d^{(e)}$ に加え、直接、ひずみ $\epsilon^{(e)}$ やその勾配を自由度として扱い、部分領域ごとに独立に設定する。この変位場は自由度を要素頂点にも設定するような従来の変位型 FEM の要素とは異なり、頂点において変位を共有しない。すなわち、頂点は領域形状を認識するために用いるが、従来の変位型 FEM のように形状関数に支配されない。このような変位場の関係を式 (3) に対して代入することによって次の離散化方程式を得ることができる [8]。

$$KU = P \quad (4)$$

ただし、 K および P は次式に示す通りである。

$$K = \sum_{e=1}^M K^{(e)} + \sum_{s=1}^N K_{<s>}, \quad P = \sum_{e=1}^M P^{(e)} \quad (5)$$

ここに、 $K^{(e)}$ は要素剛性マトリクス、 $K_{<s>}$ は要素境界における剛性マトリクス、 U は変位ベクトル、 P は荷重項を表す。

3. すべり弱化摩擦則の導入

(1) 断層面における応力とすべりの関係

地盤内部の断層面などの不連続面における破壊伝播問題に対して適切なシミュレーションを行うためには、断

層面における応力とすべり量の関係を表す構成則を考慮する必要がある。現状の HPM には、せん断破壊の構成則として Mohr-Coulomb の破壊則が組み込まれている。一方、動的な断層破壊シミュレーションを行う際に、静的摩擦から動的摩擦への遷移過程を表現するために、図 - 1 に示すすべり弱化摩擦則 [9] が広く用いられる。

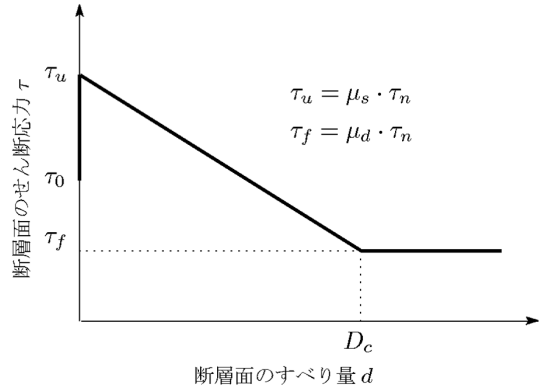


図 - 1 すべり弱化摩擦則概念図

図中に示された τ_u, τ_f, τ_0 は静摩擦応力、動摩擦応力、初期せん断力、 D_c は臨界すべり量、 μ_s, μ_d 静摩擦係数、動摩擦係数を表す。静摩擦応力と動摩擦応力は $\tau_u = \mu_s \cdot \tau_n$ と $\tau_f = \mu_d \cdot \tau_n$ として表わされる。ここにおける τ_n は断層面に作用する垂直応力である。

そこで、本研究では HPM に新たにすべり弱化摩擦則の導入を試みる。

(2) 計算フローチャート

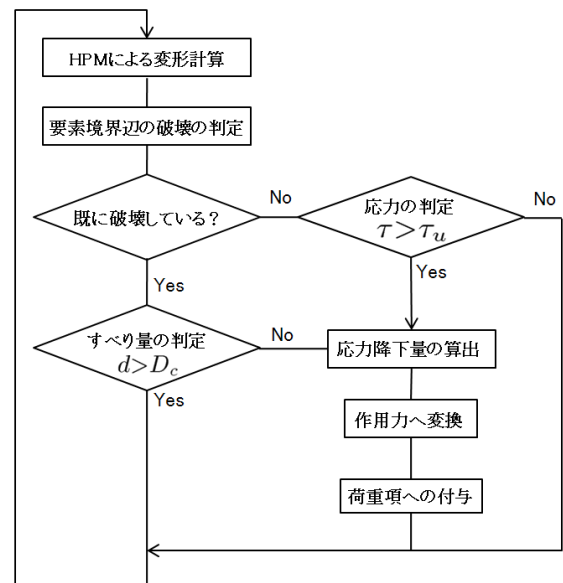


図 - 2 すべり弱化摩擦則の計算フローチャート

図 - 2 に、すべり弱化摩擦則を用いた計算フローチャートを示す。HPM では、Lagrange の未定乗数が物理的には表面力を意味しており、境界面に対する垂直

方向とせん断方向の力として設定できる．図 - 1 によれば，断層面に作用するせん断応力 τ が，静摩擦応力 τ_u を超えると破壊がはじまり，すべりが生じる．すべり量の増加に伴いせん断応力は減少するが，臨界すべり量 D_c に達すると，せん断応力の減少は止まり， D_c 以降では動摩擦応力 τ_f を保つようになる．

図 - 2 のフローチャートでは，静摩擦応力から動摩擦応力への応力減少分，すなわち応力降下量 ($\tau_u - \tau_f$) を力として断層面に作用させることにより変位計算を行うステップへ進む．

(3) 応力降下量の荷重値への変換

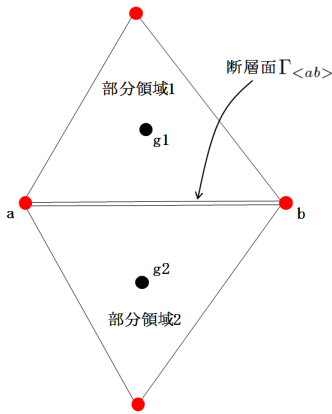


図 - 3 断層境界面

すべり弱化摩擦則によって求められた応力降下量は次式によって断層面上に加える．

$$P = - \int_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\tau \, d\Gamma \quad (6)$$

ここに， $d\tau$ は応力降下量， P は発生した応力降下量が要素に作用する荷重値を示す． \mathbf{B} は図 - 3 に示す断層面 $\Gamma_{\langle ab \rangle}$ と要素重心 ($g1, g2$) との関係を表す行列であり式 (7) で表わされる．

$$\mathbf{B} = [\mathbf{R}_{\langle ab \rangle}^{(a)} \mathbf{N}^{(a)} \quad \mathbf{R}_{\langle ab \rangle}^{(b)} \mathbf{N}^{(b)}] \quad (7)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -Y^{(e)} & X^{(e)} & 0 & Y^{(e)}/2 \\ 0 & 1 & X^{(e)} & 0 & Y^{(e)} & X^{(e)}/2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここに， $\mathbf{R}_{\langle ab \rangle}$ は全体座標系から局所座標系への座標変換行列， $X^{(e)}, Y^{(e)}$ は境界面上の点と部分領域内の任意点 (x_p, y_p) との差を示す． $\mathbf{R}_{\langle ab \rangle}$ には以下の式が成り立つ．

$$\mathbf{R}_{\langle ab \rangle} = -\mathbf{R}_{\langle ab \rangle}^{(a)} = \mathbf{R}_{\langle ab \rangle}^{(b)} \quad (9)$$

4. 数値解析例

HPM に導入したすべり弱化モデル摩擦則の機能を確認するために，単純な 2 次元静的解析を行った．ここでは，まず，HPM が既に備えている Mohr-Coulomb 則によるせん断すべりの解析を行い，その機能を確認した．

つぎに，すべり弱化摩擦則を用いたせん断すべり解析を行った．ここで，すべり弱化摩擦則による破壊条件を先の Mohr-Coulomb 則による条件と一致させた解析を行い，両者の結果を比較することで，HPM に導入したすべり弱化摩擦則の機能を検証した．

(1) Mohr-Coulomb 則による解析

図 - 4 に解析モデルと解析条件を，図 - 5 に領域分割図と亀裂位置を示す．解析モデルの媒質はせん断弾性係数を $G = 1.0 \times 10^9 \text{Pa}$ ，ポアソン比 0.25 とし，亀裂面では粘着力 $C = 0 \text{Pa}$ ，内部摩擦角 $\phi = 9.4^\circ$ とする．亀裂面以外は破壊が起こらないように設定している．このようなモデルの境界に垂直応力 $\sigma_n = 1.5 \times 10^7 \text{Pa}$ とせん断応力 $\tau = 1.0 \times 10^7 \text{Pa}$ を作用させ，亀裂面に発生するすべり変位を求めた．

ここでは，HPM 解析との比較を行うために，2 次元個別要素法プログラム「UDEC」を用いて同じ条件の解析を行った．

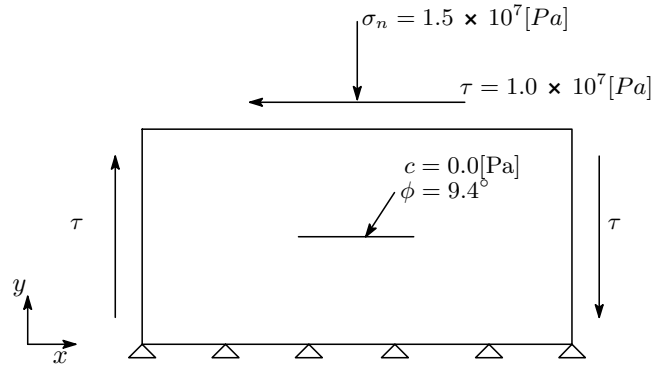


図 - 4 解析モデルと解析条件

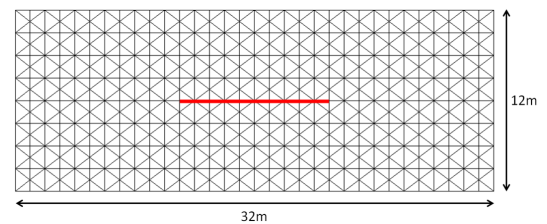


図 - 5 領域分割図と亀裂位置 (中央太線)

図 - 6 に Mohr-Coulomb 則による HPM と UDEC の変位分布の比較を示す．2 つの手法の変位分布をみるとほぼ良い一致を示している．以上により，Mohr-Coulomb 則の機能を確認した．

(2) すべり弱化摩擦則を用いた解析

図 - 4 に示す解析モデルのうち，亀裂面における破壊条件をすべり弱化摩擦則に置き換えて解析を行った．亀裂面におけるパラメータを表 - 1 に示す．なお，本解析ではすべり弱化摩擦則による亀裂面での破壊状態が Mohr-Coulomb 則のそれと一致するように，動摩擦係数 $\mu_d = 0.165$ とした．

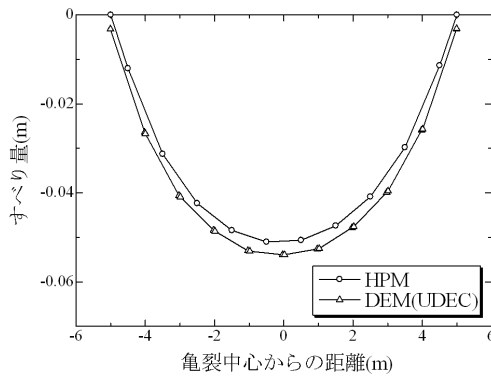


図-6 Mohr-Coulomb 則による解析結果

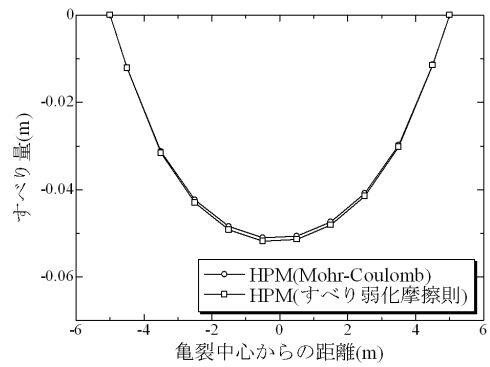


図-7 すべり摩擦弱化則による解析結果

表-1 すべり弱化パラメータ

| μ_s | μ_d | $Dc(m)$ | 初期せん断力 $\tau_0(Pa)$ |
|---------|---------|---------|---------------------|
| 0.66 | 0.165 | 0.0001 | 0.0 |

解析結果として、図-7に破壊条件にすべり弱化摩擦則を導入した HPM と Mohr-Coulomb 則の HPM(Mohr-Coulomb) の結果の比較図、図-8にせん断応力コンター線図、図-9に変形図を示す。

図-7を見ると、すべり弱化摩擦則による変位と Mohr-Coulomb 則による変位の分布は一致した。図-8では、亀裂の先端に応力集中の様子が見られた。図-9では、亀裂面で変位が不連続になり、すべりが発生している様子が確認できる。以上より、本研究で導入したすべり弱化摩擦則の妥当性を示すことができた。

5. まとめ

ここでは、HPM を用いた動的断層破壊シミュレーションの実用化に向けた取り組みの第一歩として、HPM に組み込むすべり弱化摩擦則の定式化を試みた。この定式化によると、すべり弱化摩擦則に従う応力降下量は断層面に作用する荷重として表現される。この定式化の妥当性を確認するために、単純なせん断破壊を対象とした2次元解析を実施した。その結果、すべり弱化摩擦則に従った解析結果が得られることを確認した。

ただし、現在の HPM には動的解析機能は実装されていない。したがって、断層面上における静的摩擦から動的摩擦への遷移過程や進行性破壊現象、さらには破壊に伴う地震波の発生過程などまで追跡するためには、動的解析機能の導入が今後の課題となる。

参考文献

- Harris, R.A. and Day, S.M.: Dynamic 3D simulations of earthquake on en echelon faults, *Geophysical Research Letters* 26, pp2089-2092, 1999
- Kase, Y. and K. Kuge, : Numerical simulation of spontaneous rupture processes on two non-coplanar faults: the effect of geometry on fault interaction, *Geophys. J. Int.* 135, pp911-922, 1998
- Badea, L., I. R. Ionescu and S. Wolf, : Schwarz method

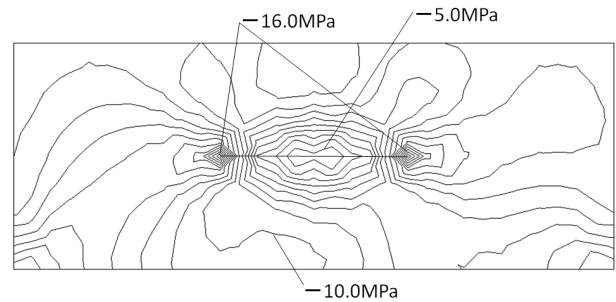


図-8 せん断応力コンター線図

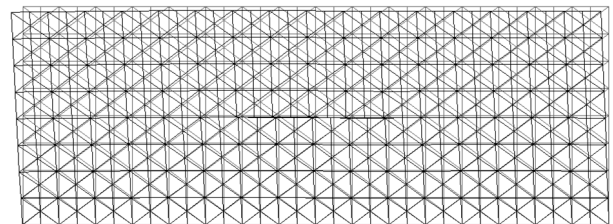


図-9 変形図

for earthquake source dynamics, *J. Comp. Phys.* 227, pp3824-3848, 2008

- Kame, N. : Theoretical study on arresting mechanism of dynamic earthquake faulting, *PhD Thesis*, The University of Tokyo, Japan, 1998
- Aochi, H. and E. Fukuyama, : Three-dimensional nonplanar simulation of the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, vol.107-No.B2, 10.1029/2000JB000061, 2002
- Morgan, J. K. and M. S. Boettcher, : Numerical simulations of granular shear zones using the distinct element method-1. Share zone kinematics and the micromechanics of localization. *J. Geophys. Res.*, VOL.104, pp2703-2719, 1999
- 竹内則雄, 大木裕久, 上林厚志, 草深守人, ハイブリッド型変位モデルにペナルティ法を適用した離散化モデルによる材料非線形解析, 日本計算工学会論文集, Paper No.20010002, 1-10, 2001
- 大木裕久, 竹内則雄, ハイブリッド型ペナルティ法による上下界解析, 日本計算工学会論文集, Paper No.20060020, 1-10, 2006
- Aki, K. and P. G. Richards, : Quantitative Seismology second edition, *University Science Books*, pp1-44, 2002.
- Das, S. and K. Aki, : A numerical study of two-dimensional spontaneous rupture propagation, *Geophys. J. R. astr. Soc.* 50, pp643-668, 1977