

高速衝突と爆発問題を中心とした諸分野における衝撃解析

片山雅英

伊藤忠テクノソリューションズ(株)科学システム事業部衝撃技術課

東京都千代田区霞が関3-2-5 霞が関ビル

E-mail: masahide.katayama@ctc-g.co.jp

キーワード: hydrocode, Lagrange, Euler, SPH, HEL, spall (スポール),
インピーダンス, 状態方程式 (EOS), 構成方程式 / 構成則, 破壊, 爆轟, 凝縮

1 はじめに

高速衝突や爆発問題などを対象とする高速衝撃解析に用いられる計算コードは, 英語では hydrocode と呼ばれる. これは, hydrodynamic code の省略形であるが, そのカバーする解析領域は, 液体の力学だけではなく, 気体や固体の挙動をも対象とする. この紛らわしさを避けるため, wave (propagation) code と呼ぶ場合もある. しかし, 後者の場合も必ずしも明解な命名法とはいえず, それ程一般的な名称ではない. この名称の意味するところは, 媒質の中を伝播する応力波や衝撃波が高々数回伝播する間に主要な現象が終了するということである. 日本語では, 通常, 衝撃解析コードと称する.

hydrocode の起源は, 1950 年代に開発が開始された HEMP コード[1]にあるというのが通説である. このコードは, Lawrence Radiation Laboratory (現 Lawrence Livermore National Laboratory, LLNL) の M. L. Wilkins [2]によって開発が進められ, コード名は Hydrodynamic Elastic Magneto, and Plastic に由来する. HEMP コードは, 2次元の Lagrange 座標系有限差分法コードであるが, W. F. Noh が提案した表面積分法を採用することにより数値積分法を単純かつ明快にしたところに特徴がある.

hydrocode の起源に関しては, 異説がないわけではない. J. A. Zukas は, 元来, wave propagation code という名称の支持者であるが, 数年前に出版した著書[3]の序章で, その起源は, Los Alamos Scientific Laboratory (現 Los Alamos National Laboratory, LANL) の F. H. Harlow らによる PIC 法 (Particle-in-Cell) [4]にあると述べている. PIC 法は, Euler 座標系有限差分法コードであり, 流体的挙動のみを解析対象とする.

その後 1960 年代から, 米国の研究機関を中心にして, 主に軍事研究を目的とした多くの衝撃解析コード群が開発された. それに対して, 1970 年代に入って, 原子力分野の安全解析を目的として, 欧米の研究機関を中心にして, 流体 - 構造物相互作用を意識した衝撃解析コードが開発された.

HEMPをはじめとする、それまでの多くの衝撃解析コードは有限差分法によって定式化されていたが、1970年代の後半に入ると、HEMPの定式化方法を有限要素法に拡張しようという試みがなされ始め、DYNA[5]を代表とする有限要素法衝撃解析コードが開発された。この時期は、ベクトル型のスーパー・コンピュータの出現の時期とも重なっており、その計算処理能力の向上を背景にして各コードの3次元化も活発化した。さらに、1980年代に入ると、それまで蓄積された技術的成果を基にして、いわゆる“state-of-the-art”なコードとして再構成される動きが生じ、それまでの米国の国立研究所を中心とした研究を基礎に、AUTODYN[6]等の商用衝撃解析コードが開発された。特に、1980年代におけるパーソナル・コンピュータとエンジニアリング・ワークステーションの普及、及びそれに伴うコンピュータ・グラフィックスと対話型コンピュータ利用技術の発達とが相俟って、従来のバッチ処理形式の計算機プログラムに代わって、対話型の可視化プログラムが出現し、著しい作業効率の向上と物理現象把握の容易化が達成された。

2 基礎理論

2.1 連続体力学

1,000 m/s を超える速度で固体同士が衝突した場合には、後述のように物質の密度と音速にも依存するが、その衝突圧力(応力)はGPaオーダー以上となり、殆どの物質のHugoniot弾性限界(HEL)を超えるため、固体物質の流体近似が妥当性を持つようになる。さらに衝突速度が上昇し、7 km/s 付近からは多くの延性材料で部分的気化が生じ始める。このように、高速衝突問題においては、固体と流体が混在する複雑な現象である。一方、爆発問題においても、初期に固相や液相の爆薬は燃焼後、大半は気相となり、周囲の様々な相の物質と相互作用する。これは、気体爆発の場合においても爆発後の挙動は同様の現象となる。

このように、高速衝突や爆発問題においては、相変化や流体と固体の相互作用が現象全体を支配する要因となるため、物質の三相を統一的に取り扱うことのできる連続体力学に基づく定式化が有効である。

2.2 基礎方程式

固体と流体の違いの本質は、応力とひずみの偏差成分の有無にある。換言すれば、後述の構成則(constitutive equation)が有意か否かにある。連続体力学においては、固体と流体の両方に対して同一の、() 連続の式、() 運動方程式、() エネルギーの式の3つの基礎式が解かれる。これらの式は、それぞれ、質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則に相当する。これらの式のうち、運動方程式のみがベクトル方程式であるが、空間を1~3の何れの次元を仮定しても、スカラー方程式の数に対し変数の数が1つ多い。しかし、これらの基礎式に含まれる3つの状態変数を用いて、その連続体物質の特性を規定する状態方程式(equation of state, EOS)を連立させることによって解くことができる。熱力学の理論によれば、熱力

学的状態量は、10 種以上定義することができるが、独立に変化するものは 2 つのみである。通常、衝撃問題の数値解析法では、密度と比内部エネルギーを独立変数として圧力を従属変数とする状態方程式が採用される。このため、固体物質に対しても、静水圧力 (p) を主応力成分の平均値として、 $p = -1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ と定義し、全応力成分を偏差成分と静水圧成分の和として計算することにより、固体材料の場合にも圧力が応力に反映させられる。特に、衝撃力が大きな問題では、偏差成分に比べて静水圧成分が支配的となるため流体的挙動を示すことになる。

2.3 Lagrange と Euler の方法

衝撃解析コードにおいては、連続体力学に基づき、質量、運動量、エネルギーの 3 つの保存則を表す基礎式と物質の熱力学的特性を規定する状態方程式を連立させる。さらに、固体の場合には物質の強度を規定する構成則も連立させる。これらの方程式系は、双曲型の 2 階の偏微分方程式となるが、基礎式の立て方には、空間座標を時間の関数として記述し、あたかもその座標系の上に物理量が乗って移動するように扱う Lagrange の方法と、物理量を空間座標と時間の関数として表現する Euler の方法が知られている。これらの方法を離散化後、模式図的に示したのが図 1 である。Lagrange の方法の場合には、物質の変形と共に座標系も変化するのに対し、Euler の方法の場合には座標系は空間に固定される。このため、前者を物質表示、後者を空間表示と呼ぶこともある。

両方法を較べてみると、Lagrange の方法では、変形が著しい場合、計算メッシュに潰れや重なりが生じてしまう危険があるのに対し、Euler の方法ではメッシュ自身が変形することはないため、どのような変形に対しても対応できる。しかし、逆に、Euler の方法を詳しく検討してみると、Lagrange の方法に比べて、1) 物質の境界が不明確である、2) 処理時間、記憶容量共に多く必要とする、3) 移流計算による数値誤差が生じやすい、4) 物質の履歴が分らなくなってしまう、といった欠点が存在する。このように、両方法は利害得失の点で簡単には優劣は付け難く、問題に応じてより適切な方法を選択することが望ましい。一般的には、固体に対しては Lagrange の方法が、流体に対しては Euler の方法が適していると言われているが、超高速衝突のように Hugoniot 弾性限界(HEL)を超える現象の場合には固体も流体的な挙動を示すため、問題によっては逆の場合もしばしばであり(例えば、図 1 3 参照)、適用に際しては、様々な要因を考慮した総合的な判断が必要となる。また、

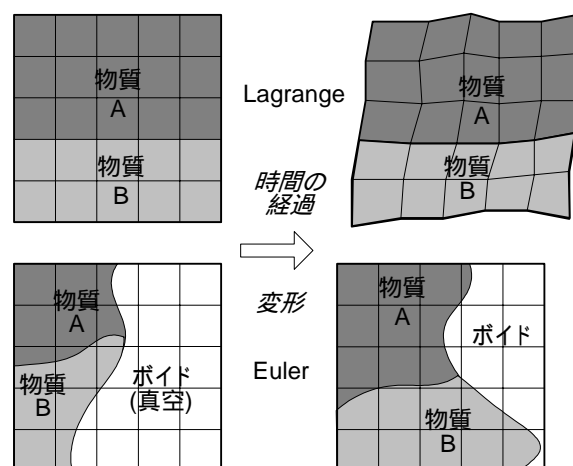


図1 LagrangeとEulerの方法

衝突現象や爆発現象においては物質間の相互作用が問題となるため、Lagrange の方法の場合には計算メッシュ表面を介しての相互作用計算が、Euler の方法の場合には、1 つの計算セルの中で複数の物質を考慮することのできる “multiple material” 計算機能を備えていることが必須条件となる。その他 Lagrange と Euler の中間的方法として位置付けることのできる ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) 法や連続体力学に基づく粒子法の 1 つである、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamic) 法も問題によっては非常に有効な方法である。

2.4 材料モデル

連続体力学は、気体・液体・固体の 3 相の状態に対して統一的な取扱いを可能にしようという動機から出発したものであった。これに対して、単位面積当たりに働く力を表す物理量として、流体の力学では圧力、固体の力学では応力が主に用いられる。これら 2 種類の物理量を相互に関連付けることによって、両力学を統一的に記述することができる。実際、圧力: p が主応力成分: σ_i の平均値: $\sigma_0 = (1/3)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ と $p = -\sigma_0$ なる関係にあると仮定すれば、全応力テンソル、偏差応力テンソルおよび圧力の間には、 $\sigma_{ij} = s_{ij} - p\delta_{ij}$ なる関係が成立する。(但し、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ。)このように表すことによって、流体は偏差応力成分が全て零の状態として固体と同様に取り扱うことができ、逆に、固体に対しても圧力を導入することができ統計熱力学とのリンクが可能になる。

2.2 項で述べたように、3 つの基礎式に含まれる変数の数と方程式の数を較べると、空間を表す次元を何次に選んでも変数の数が 1 つ多く、これだけでは解くことができない。この問題を解決するために、3 基礎式に加えて、流体・固体の何れに対しても、圧力の評価式としての状態方程式が、固体に対しては、偏差応力成分の評価式としての構成方程式が連立して解かれる。熱力学的状態量のうち、独立に変化し得るものは 2 つだけであるため、任意の 2 つを独立変数にとり、もう 1 つの任意の状態量を従属変数にとることによって、状態方程式は表現できるが、通常、衝撃解析コードでは圧力を従属変数に、密度と比内部エネルギーを独立変数にとり、 $p = f(\rho, e_{int})$ の形で表現される。すなわち、3 つの基礎式の中には、媒質の特性そのものを規定する条件は含まれておらず、これらの 3 式に状態方程式を連立させてはじめて対象とする物理系の解を得ることができる。

一方、固体に対しては構成方程式を連立させて解かれる。一般に、構成方程式は、 $\sigma_{ij} = g(\varepsilon_{ij}, e_{int}, T, \Phi, \dots)$ なる形で表され、偏差応力成分の評価式となる。右辺の変数のうち、 e_{int} は比内部エネルギー、 T は温度であり、 Φ は破壊現象を模擬するための損傷関数である。その他、様々な場の物理量が考えられる。これらの変数は、状態方程式の場合と異なり、完全に独立ではなく媒介変数である。構成方程式は、流体と異なり、方向によって応力とひずみの成分が異なる状態が存在する固体に対して、応力とひずみの関係を規定するための式である。

上述のように、物質の強度に着目した場合、流体（液相と気相）と固体（固相）という分類法が重要である。一方、密度、音速が、それぞれ、 ρ, c の連続体が、初速度 v_{imp} で剛壁に衝突する際に、衝突面で発生する衝突圧力は、運動量保存則から、 $p_{imp} = \rho \cdot c \cdot v_{imp}$ となる。（衝撃波が発生する問題では、 c の代わりに衝撃波速度 U_s となる。）この式の右辺の連続体の物性に依存する量、 $\rho \cdot c, \rho \cdot U_s$ を、それぞれ、音響インピーダンス (acoustic impedance)、衝撃インピーダンス (shock impedance) と呼び、圧力に対する連続体の感度を表す量であるとみなし得る。衝撃問題においては、圧力は最も重要な物理量であり、この観点からは、評価物質の密度と音速が支配因子である。このため、密度と音速が比較的近い値を持っている、固相と液相をまとめて凝縮相と称し、気相と区別する。衝撃問題においては、流体と固体の区別に劣らず、凝縮相と気相という区別が重要であることに注意する。

衝撃問題で適用が想定される破壊条件の一覧を表 1 に示す。このうち、微視的破壊条件に関しては、一部で適用が試みられつつあるが、現時点ではその有効性が十分に検証された段階には至っていない。現在実際に適用されている破壊条件は、ほとんどが巨視的破壊条件であるが、これも大きく二つに分類することができる。瞬時破壊モデルと時間依存型の破壊モデルである。

瞬時破壊モデルは、ある計算時点の計算メッシュの物理量が予め設定した限界値に達した場合に、その材料の降伏応力を 0 にし、それ以降偏差成分を評価せず流体と同様な状態になるものと仮定するものである。固体材料の種類によって基準とする物理量が異なる。例えば、代表的なものとしては、延性材料に対しては相当塑性ひずみを、脆性材料に対しては相当応力による破壊基準を用いる場合が多い。表 1 のうち、負の静水圧による破壊条件は、他の条件と少し異なった特徴を持っている。これは、スポール (spall) 破壊 [コンクリートに対してはスキヤビング (scabbing) と呼ぶこともある。] として知られている衝撃力作用面の反対側の自由表面付近で生じる破壊モードを模擬するためのものである。静水圧成分による破壊条件であるため、この条件を満たした場合、降伏応力だけではなく静水圧成分も 0 にする。また、

この条件に関しては、固体材料だけではなく液体にも適用することができる。例えば、水は水素結合の存在により液相でも数 MPa の負圧に堪えることが知られている。この破壊条件を水に適用することによりキャビテーション (cavitation) を模擬することが可能になる。

表 1 破壊条件の一覧

<p>巨視的破壊条件: マクロな物理量を破壊基準とするモデル</p> <p>瞬時破壊モデル</p> <ul style="list-style-type: none"> ・材料中の物理量の限界値により瞬時に破壊させるモデル <ul style="list-style-type: none"> - 基準値: 相当塑性ひずみ, 相当応力, 主応力, 主ひずみ, 塑性仕事, 内部エネルギー, 負の静水圧, etc. <p>時間依存の破壊モデル</p> <ul style="list-style-type: none"> ・損傷蓄積型破壊条件 ・履歴依存型破壊条件 ・作用時間依存型破壊条件 ・Post-Failureモデル <p>微視的破壊条件: 分子・原子レベルのミクロな構造から決まるパラメータを破壊基準とするモデル</p>

時間依存型の破壊モデルは、近年急速に進歩してきた。損傷蓄積型の破壊モデルは、通常、損傷関数という変数を用い、そこに様々な基準に基づいて損傷度を加算して行き、限界値に達したときに破壊に至ったという判断をするモデルである。それに対して、その部分を経てきた履歴に依存するという破壊条件や、単に限界値に達するだけではなくその限界値が一定時間保持されて始めて破壊に至るとする破壊条件もある。これらは、何れもクリープのような長い時間に生じる材料挙動を模擬するものではなく、少なくとも ms オーダ以下の短時間の間に生じる破壊現象を対象としていることに注意する。それに対して、Post-Failure モデルは、破壊後直ちに降伏応力を喪失させるのではなく緩和時間が生じるような条件を設定する破壊条件である。

オイラー座標系に破壊条件を適用する場合には、降伏応力を 0 にするだけでは十分ではない。それに加えて、破壊した計算メッシュの中に小さなボイド率(例えば、 10^{-4} 程度)を導入する。その後、その計算メッシュが膨張モードを保持すれば移流計算によってボイドが成長し破壊が進展する。逆に、圧縮モードに移行すればボイドが潰れて破壊は進行しない。また、オイラーの方法の場合、移流計算に伴い、物質の履歴は不明確になるため、特に時間依存型の破壊条件の精度は低くなることに注意する。

2.5 時間積分法

以上で示したように、目的とする系は 2 階の双曲型偏微分方程式で記述されるが、これらを数値的に解くために陽解法と陰解法という代表的な 2 つの時間積分方法が存在する。前者は、ある時点、ある場所の物理量を評価する漸化式が、過去の物理量のみを使って陽に表現されるのに対して、後者では同時代の物理量も使って表現される。(図 2 参照。双曲型の偏微分方程式の場合には、さらにもう一つ前の物理量が漸化式の右辺に現れるが、基本的には同様の議論が成り立つ。)そのため、陽解法の場合には、初期条件に対し、順次、漸化式を用いて計算を実施すれば図の格子点で示された全解空間の物理量を決定することができる。それに対して、陰解法の場合には、同時代の物理量を未知数とする連立方程式を立て、それを解くことによって初めて解が得られる。

このように、陰解法は、陽解法に較べて定式化が複雑なだけでなく、平衡方程式を解くという操作によって、遠くの物理量はその時点の別の物理量に影響を与えるため、衝撃問題に

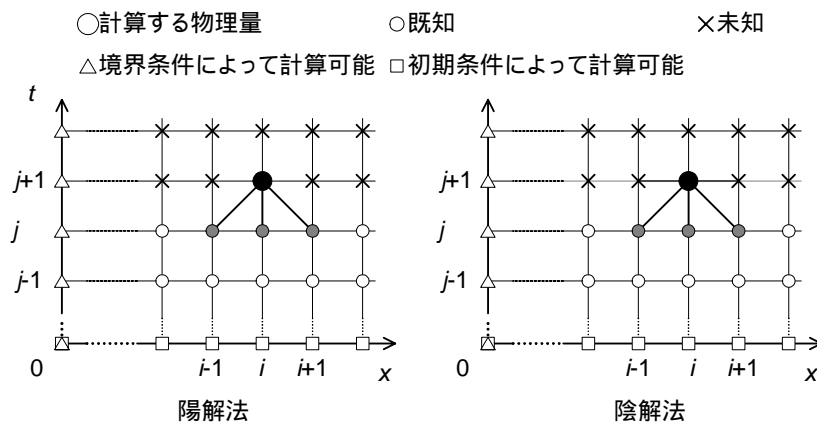


図2 陽解法と陰解法

対して適用した場合，誤差の混入を引き起こす要因となる．従って，ほとんどの衝撃解析コードでは陽解法が採用されるが，時間積分の刻み幅(Δt)に制約が生じる．即ち，連続の式と運動方程式から波動方程式が導かれることが知られているが，この波動の伝播速度である音速： c が連続体中を伝播する最も速い信号としての役割を演ずることになる．(但し，衝撃波を除く．)今，Lagrangeの方法で， $\Delta t \leq \Delta x/c$ (但し， Δx は空間の刻み幅)なる時間刻み幅で上述の漸化式を更新することにより時間積分を実施したとすると，この時間内に，注目しているメッシュの1つ隣のメッシュよりも遠くの情報が音速で伝わることになり，陽解法の基本的仮定である過去の隣接するメッシュの情報しか現在の状態に影響を与えないという仮定と矛盾が生じる．このことから，陽解法の場合には， $\Delta t \leq \Delta x/c$ なる条件を満足させながら時間積分を実施しなければならないという制約が生まれる．この条件を，Courant条件もしくは CFL 条件と呼ぶ．(Eulerの方法の場合には， $\Delta t \leq \Delta x/(c+u)$ となる．但し， u は流速である．)この制約のために，長い現象時間の解析を行おうとすると，膨大な時間積分回数を必要とし，極めて高価な計算になってしまう．また，積分回数の多さは，数値誤差(主に，エネルギー誤差)の蓄積を招き，陽解法では現実的に長い現象を解くことはできない．さらに，Lagrangeの方法に陽解法を適用する場合には，メッシュの変形が時間刻み幅の減少を引き起こすため，変形が進むと益々多くの時間積分が必要になってしまう．

以上のように，陽解法と陰解法を較べてみると，前者が急激な変化を伴う短い時間の過渡現象に適用性があるのに対して，陰解法の場合には定常的な問題に対して適用性があるということが出来る．衝撃問題に対しては，一般に陽解法の方が適していると考えられるが，この場合，エネルギー誤差が許容範囲にあるかどうかを確認しながら時間積分を実施して行くことが，精度上極めて重要な要件である．

3 解析事例

3.1 航空機の衝突解析

日本では，国内の原子力施設のうち，三沢基地に近い再処理施設への落下事故が主に検討されてきたため，飛来物は主に軍用機が対象とされてきた．しかし，同時多発テロ以来，より広範なシナリオが対象となり得ることを再認識させられた．以下に示す解析[7]は仮想的な問題であり，比較すべき実験結果は存在しない．

図3に表2の4番目のケースに対する数値モデルを示す．総質量340 tのBoeing 747ジャンボジェット機が，コンクリート壁に300 km/hで衝突した場合を想定する．これは通常の着陸速度よりも1割程度速い速度に相当する．コンクリート壁は，幅150 m，高さ60 mの長方形で，表2に示すように，厚さと鉄筋の有無によって5種類のコンクリート壁，及び剛壁からなる，合計6種類の標的である．尚，配筋仕様は，何れの場合も，前面筋・背面筋共に横筋，縦筋が，それぞれ，99，39本で

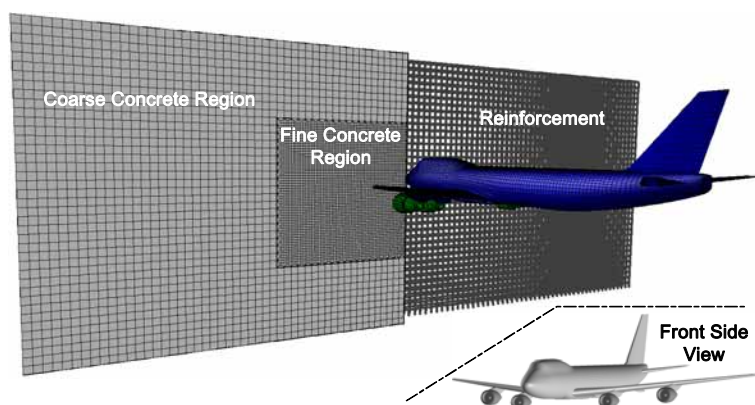


図3 ジャンボジェットRC壁への衝突解析の解析モデル

表 2 解析ケース条件一覧

CASE 番号	1	2	3	4	5	6
壁厚さ	1 m	2 m	2 m	3 m	3 m	剛壁
鉄筋比	0.8 %	0.8 %	無	0.8 %	無	

用い、周辺部分には 1.5 m の正方断面で厚さは同じく 0.2 m の直方体形状の粗い計算格子を適用した。コンクリートの総計算格子数は 186,000 (1 m 厚さケースの場合は 62,000) である。2 m と 3 m 厚さのケースの場合には、壁の接地面のみを、1 m 厚さのケースの場合には、4 辺を完全拘束している。コンクリートと鉄筋は固着条件、ジェット機と RC 壁間は自由すべりの相互作用境界条件を適用した。

一方、機体材料は、2024-T351 アルミニウム合金を仮定し、加工硬化とひずみ速度依存性を考慮することのできる Johnson-Cook の構成則[8]と限界ひずみによって破壊するモデルを適用した。コンクリートに対しては、P- α Compaction の状態方程式[9]と R-H-T の構成則と破壊則[10]を適用した。鉄筋は弾塑性体で、19 %の限界塑性ひずみ(真値)で破壊するものと仮定した。また、Lagrange、シェル、ビームの各要素は限界幾何学的ひずみで数値的にエロージョンが生じるモデルを適用した。

図 4 (a)に、CASE-1 の 1 s における結果を示す。衝突面側の鳥瞰図からは、機首が RC 壁を貫通し、主翼が壁面に衝突して主翼に著しい破損を生じると共に、エンジンにもかなりの変形が見られる。裏面から見た鳥瞰図は、機首が潰れながらも貫通し串刺しになっている様子が観察できる。別途出力した 0.5 s 以降の途中結果は、引きちぎられた鉄筋と共に、plugging 状に打ち抜かれた RC 壁の塊が飛翔している状況を示している。また、この図では確認し難いが、貫通口部分には切断された鉄筋の切口が露出している。

2 m 厚さケースである図 4 (b)と(c)の結果は、衝突面側の変形の様子はほぼ同等で、

ある。

ジェット機の計算格子は、その殆どにシェル要素を用いて、各部材の厚さを考慮すると共に、総質量(燃料 100 t, エンジン 16 t を含む)が合うように調整した。総格子数は約 26,000 である。

このモデルでは、RC 壁はコンクリート部分を Lagrange 要素、鉄筋部分をビーム要素で模擬し、衝突部分付近には 0.5 m の正方断面で厚さ 0.2 m の直方体形状の細かい計算格子を

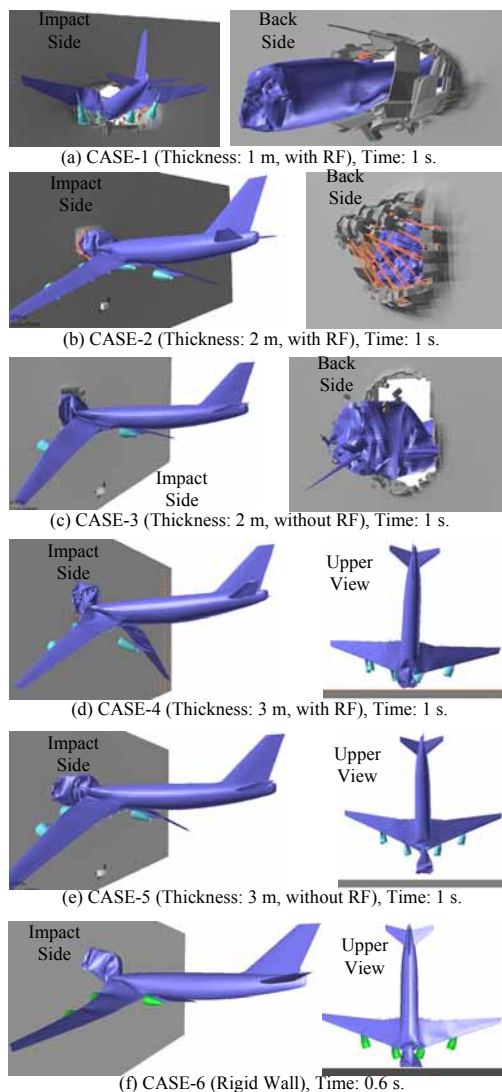


図4 ジャンボジェット機のRC壁への衝突解析の各ケースの比較

機首は押し潰されているが、エンジンが衝突する直前で止まっているように見える。別途出力した運動エネルギーの時刻歴からもエンジンと主翼の顕著な衝突が生じていないことを確認できる。主翼は鳥が羽ばたくように両端を下げている。裏面の鳥瞰図は、これら両結果の場合にもコンクリートに完全貫通が生じているが、鉄筋の存在する CASE-2 の結果では、伸びきりながらも鉄筋が何とか残存している様子がわかる。

3 m 厚さケースである図 4 (d)と(e)の結果の場合も、衝突面側の変形の様子はほぼ同等で、機首が潰れているが、主翼とエンジンの衝突には至っていない。衝突面のコンクリート壁面には僅かに損傷が見られるが、顕著なクレータは生じていない。上方からの鳥瞰図によって、両ケース共に反跳し、エンジン衝突が生じなかったことを明確に確認することができる。コンクリート壁面の全体変形としても顕著な挙動は観察できない。1 s 時の反跳距離は、無筋のケースである CASE-5 の方が僅かに長い。

図 4 (f)に、CASE-6 の 0.6 s における結果を示す。この場合、標的は剛壁であるが、衝突面側からと上方からの鳥瞰図共に、3 m 厚

さのコンクリート壁ケースである CASE-4 と CASE-5 の両結果と類似した結果を示している。

これらの解析結果の比較から、局所的破壊現象では、鉄筋の効果はあまり顕著ではなく、コンクリートの厚さの効果が卓越していることが結論できる。これは、本問題の約 83 m/s という衝突速度はコンクリート材にとっては局所変形が支配的な高速衝突問題に相当するためであるものと考えられる。また、3 m 厚さのコンクリート壁の計算は、現在最高速の PC を用いても 1 ヶ月程度も要するが、剛壁への計算は 1 日程度で計算することができる。自動車のクラッシュ問題が 15 年程前から、3 次元計算として、当時のスーパーコンピュータを用いて本格化していたのに対し、本問題のようにバルク部分を解かなければならない計算が漸く数年前から現実的になったのも首肯できる。

3.2 爆薬とコンクリート構造物の相互作用解析

火薬類や反応性気体等の高エネルギー物質の爆発による産業界における災害に加えて、テロをはじめとする高エネルギー物質による脅威が深刻な問題となりつつある。これらの爆発威力が及ぶ影響範囲は、数メートルから数百メートルにも達するため、生成気体と建築・土木構造物との相互作用問題として捉えることが不可欠である。従って、流体と構造物、もしくは、気相と凝縮相を含む複雑な物理系の衝撃問題として議論・評価する必要がある。

本事例では、以上のような観点から、森下らによる爆薬の鉄筋コンクリート(RC)版上での近接爆発実験結果[11]を参照し、3次元解析と比較検討した後、より実際的な想定爆発事象に対して同様の解析手法を適用し、その有効性について示す。

本事例では、衝撃解析コード AUTODYN の Euler-Lagrange 相互作用解析機能を適用した。本衝撃解析コードでは、単一の問題の中で、空中・水中・土中爆発等の多成分系の解析に有用な multiple material Euler、気体の衝撃問題に有効な FCT (Flux Corrected Transport) Euler の 2 種類の Euler 座標系のソルバーが使用可能である。FCT Euler は multiple material Euler に比べて気相の衝撃波の解析に対しては精度が高くかつ計算時間が大幅に節約できる。一方、本事例では爆薬の爆発過程を模擬する必要があるが、爆轟 (Chapman-Jouguet) 圧力を数値的にビルドアップさせるためには、1次元方向に数十以上の multiple material Euler 要素が必要である。このような離散化精度で3次元の解析領域全体の空間を一度に離散化すると膨大な計算メッシュが必要となり、現在の計算機能力の程度を超えてしまう。

この問題を解決するため、本解析では、空中爆発が終了し、爆発生成物の密度が全域で初期の 1/10 程度以下にまで減少する時点までは2次元軸対称系による multiple material Euler ソルバーで解析し、その時点の空気と爆発生成気体の物理的状态を3次元のより粗い FCT Euler 計算メッシュにリマップ (remapping) し、構造物を模擬した Lagrange 座標系との相互作用を考慮するものとした。

爆薬のモデル化には、AUTODYN が標準的に備えている LLNL で開発・発展されてきた JWL (Jones-Wilkins-Lee) の状態方程式[12] 及び AUTODYN の on-time 定常理想爆轟計算ロジックを適用した。式(1)に JWL 式を示す。

$$P = A \left(1 - \frac{\omega \eta}{R_1} \right) \exp \left(-\frac{R_1}{\eta} \right) + B \left(1 - \frac{\omega \eta}{R_2} \right) \exp \left(-\frac{R_2}{\eta} \right) + \omega \eta \rho_0 e \quad (1)$$

但し、 p は圧力、 ρ は密度、 e は比内部エネルギー、 $\eta = \rho / \rho_0$ (ρ_0 は初期密度) である。 A, B, R_1, R_2, ω は全て爆薬固有の物性値で、シリンダー試験によって決定される。

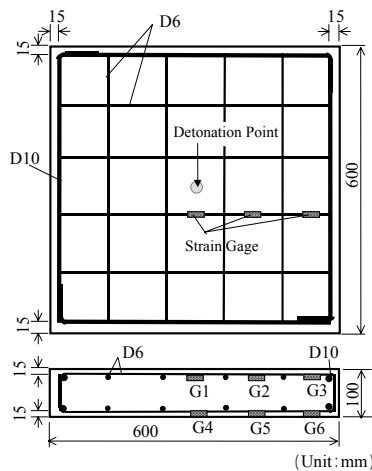
空気は理想気体を仮定した。比熱比 $\gamma (= c_p / c_v; c_p: 定圧モル比熱, c_v: 定積モル比熱)$ のみを物性値とし、式(2)で表される。

$$p = (\gamma - 1) \rho e \quad (2)$$

今、爆薬が燃焼し密度が初期の 1/10 に減少したと仮定すると、 $\eta < 1/10$ である。一方、多くの爆薬で、 $A \approx 500 \text{ GPa}$, $B \approx 10 \text{ GPa}$, $R_1 \approx 5$, $R_2 \approx 1$, $\omega \approx 0.3$ であるため、式(1)の第 1 項は完全に無視し得るまでに減少し、第 2 項に関しても爆轟圧力と比べると 1/1,000 程度の 50 MPa 以下にまで減少する。従って、爆薬の燃焼が終了し、密度が初期の 1/10 以下にまで減少した時点では第 3 項が卓越し出すが、この項は、 $\omega = \gamma - 1$ とすると式(2)の理想気体の状態方程式に帰することになる。

本解析では、爆薬の燃焼とそれに続く燃焼気体の空気中での膨張過程を multiple material Euler ソルバーによる 2 次元軸対称系で計算し、その物理的状态を FCT Euler ソルバーによる 3 次元系にリマップし、Lagrange 座標系によって模擬した構造物との相互作用計算を行うことによって構造物応答（変形）を評価した。2 次元軸対称系では爆薬には JWL の状態方程式を、空気には理想気体の状態方程式を適用したが、3 次元計算では、爆薬の燃焼気体、空気共に同じ比熱比を有する理想気体として模擬した。

ところで、コンクリートや土質物質は多くの空隙を含んでいる。この状態を模擬するため、多孔質の (porous) 状態方程式を適用した。また、これらの物質は、引張側と圧縮側で著しく強度が異なる。このため、Drucker-Prager 則と呼ばれる、降伏応力が圧力に依存する構成則を適用した。さらに、限界の負の静水圧で破壊するモデルを適用したが、紙数の制約のため、これらの詳細については割愛する。鉄鋼材料についても、弾塑性構成則と破壊則を適用したが、詳細な記述は省略する。



森下らは、円柱状 Pentolite 爆薬を RC 版上で爆轟させ、RC 版の損傷状況について系統的に調べている。一連の試験では、爆薬の位置を変化させることによって、穿孔、接触、近接の三種類の分類をすると同時に、爆薬量を変えた試験を実施している。別の機会[13]に、接触爆発のケースについて Lagrange 座標系の数値エロージョン機能を用いることによって実験模擬解析を実施したが、ここでは、近接爆発のケースのうち、爆薬量が 113 g、爆薬と RC 版間の standoff が 50 mm と 100 mm のケースについての実験模擬解析のみを示す。対象とした実験系の模式図を図 5 に示す。但し、解析モデルでは、爆薬設置台は無視し、RC 版設置台は反跳可能な剛で摩擦のない床として自由滑りの境界条件によって模擬した。尚、対称性を考慮して、計算は 1/4 体系で実施した。

前述の 2 次元軸対称系による爆轟及び膨張解析の最終結果を 3 次元 FCT Euler 解析系にリマップした状

態を図6に示す。3次元の図には既にRC版も数値モデルとして含まれている。上段は圧力，下段は密度のコンター図である。さらに，リマップ後の状態を初期条件として，二種類のstandoffのケースについて500 μs まで3次元解析を実施した。これら両ケースと対応する試験結果のうち，RC版の前面，背面，中心切断面の3つの面の損傷状態の比較を図7に示す。図のみからは判断し辛いですが，standoffが100 mmのケースの前面の損傷は，実験，数値解析共に軽微に留まっている。standoffが50 mmのケースの前面に，実験，解析共に，明瞭なクレータが生じているのはと差異が見られる。背面のスポーリングに

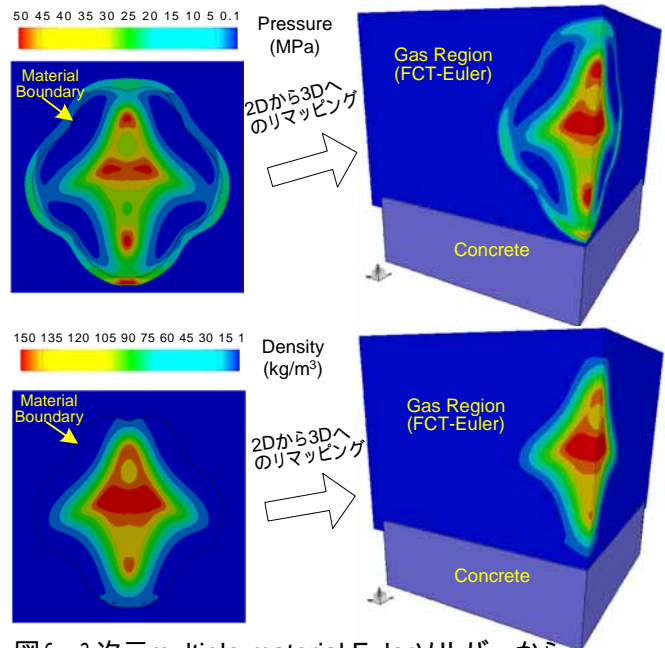


図6 2次元multiple-material Eulerソルバーから3次元FCT Eulerソルバーモデルへのリマッピングの様子

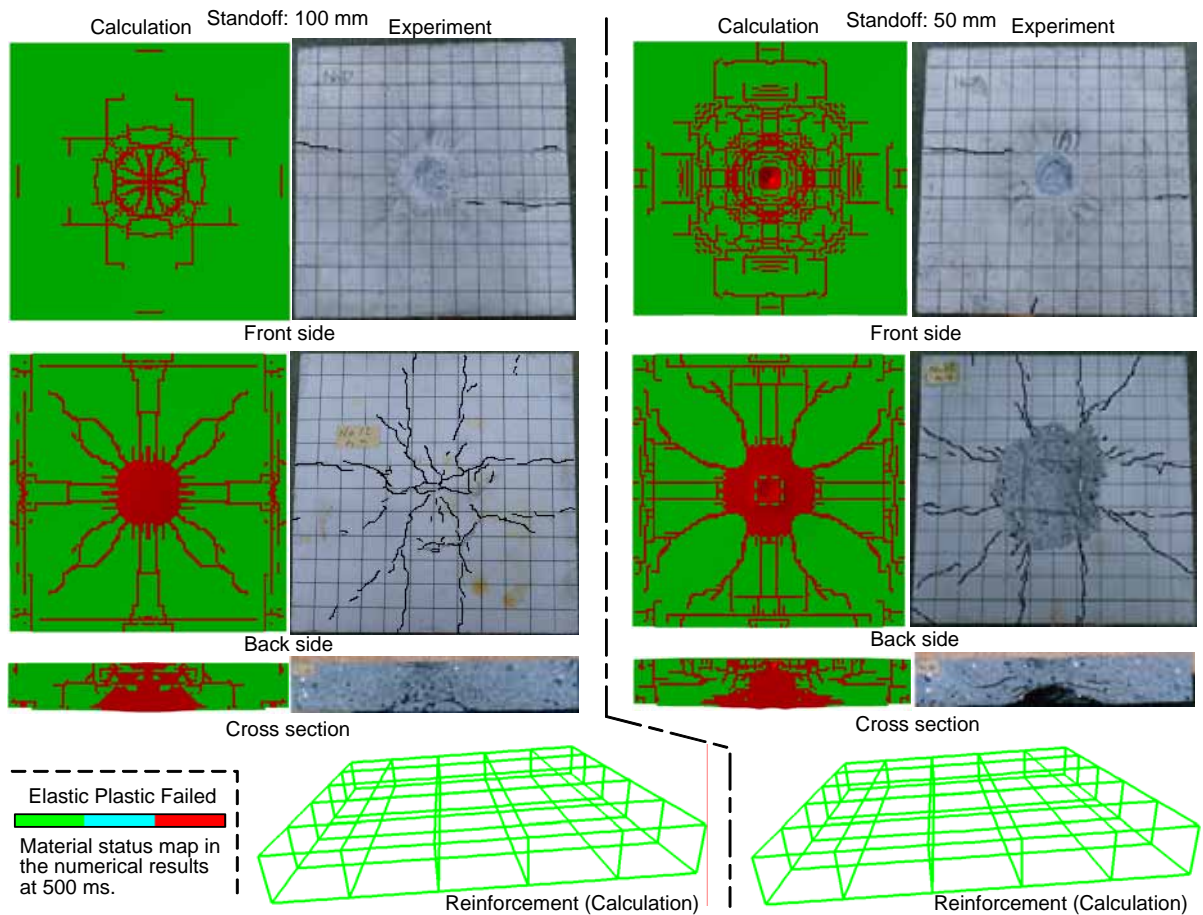


図7 RC版上の近接爆発の実験結果(森下ら[11])と3次元解析結果の比較

よる破損状況，前背面のクラックの進展状況，側断面の破損状況の何れに関しても実験結果と数値解析結果の間に良好な一致が見られる．図7の最下段は，数値解析による鉄筋の損傷状況のみを取り出して示したものであるが，standoff が 100 mm, 50 mm の両ケース共に有意な損傷は生じていない．同様に，試験結果でも有意な塑性変形は報告されていない．尚，対称性を考慮して，計算は 1/4 体系で実施した．

以上で示した実験模擬解析と同様の手法を，より複雑な形状の 3次元系に適用した例について述べる．図8に想定した解析系の模式図を示す．計算も対称性を考慮し，1/2 体系に対して実施した．

コンクリートは，鉄筋の引張強度を模擬した均質な等価剛性モデルを適用した．コンクリートの内側に張った鋼板は，円筒部のみが存在し，端部（奥側）には存在しない．鋼板とコンクリート間の接合はなく自由滑りの相互作用境界条件を適用した．計算途中で地面が変形するものと考えられるため，空気と TNT の生成気体を模擬するための FCT Euler の計算領域は地表面の鉛直下方 1 m と上方 7 m に設定した．これら FCT Euler の境界面のうち，鏡対称面以外の側面と上面は流出境界条件を適用し，土の鏡対称面以外の側面及び下面には透過境界条件を適用した．さらに，土とコンクリートを模擬した Lagrange ソルバー及び鋼板を模擬したシェル・ソルバーと気体を模擬した FCT Euler の間に相互作用境界条件を設定した．

前項に示した近接爆発の解析と同じく，爆薬が燃焼しある程度膨張するまで multiple material Euler ソルバーによる予備解析を実施し，その結果を 3次元モデルにリマップした後，本項の本解析を実施した．但し，今回は球状爆薬であるため，予備解析は 1次元計算として実施した．

図9に，そのリマップ手順の説明図を示す．楔形の 1次元解析領域は半径方向に 500 の等分割メッシュであり，爆薬の領域は初期に 132 メッシュである．

図10に，3 ms 時の鏡対称面上，気体領域の圧力コンタ，及び構造物の材料状態分布を示す．爆風がコンクリート構造物天井部で反射して，4 MPa 以上の高圧領域を評価している．一方，

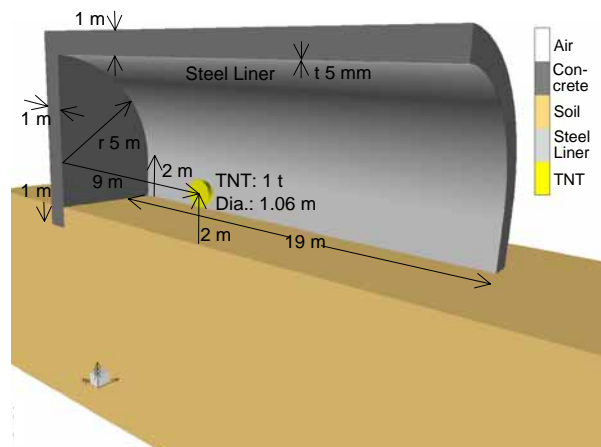


図8 内張り鋼製ライナを有するアーチ型コンクリート構造物内における爆薬の爆発解析モデル

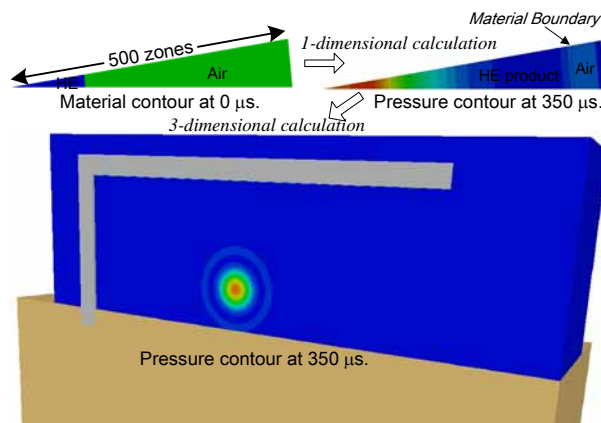


図9 1次元multiple-material Eulerから3次元FCT Eulerモデルへのリマッピング操作

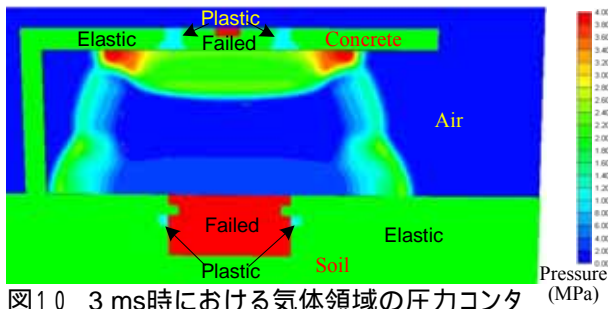


図10 3 ms時における気体領域の圧力コンタ及び構造物の塑性化域と破壊域マップ

この時点よりも少し前に天井部に伝播した衝撃波が背面自由表面で反射し位相反転した膨張波と後続の圧縮波が重なることによりコンクリート内に負圧が発生し破壊が生じている。土の領域にも、衝撃波通過後の膨張波の発生に伴う負の静水圧によってスポール破壊域を生じている。

図11は、計算を終了した75 msにおける構造系のみ材料状態の分布状況を表示している。コンクリート構造物内面の損傷状況を把握するため、内側鋼板は表示上右側にずらして図化している。コンクリート円筒部軸方向に数本の破壊縞を生じている。軸方向程顕著ではないがフープ方向にも破壊縞が見られる。また、コンクリートの接合部（コーナー部）にも破壊を生じている。内側鋼板には破壊が生じていないが、ほぼ全域が塑性化し、塑性加工における深絞り状の変形パターンが見られる。土の爆源付近も広範囲に亘って破壊を生じ、深さ約230 mmのクレータを形成している。同図の右下は鏡対称面で反転表示した構造物の材料状態を、背面から鳥瞰した分布状況を表示している。コンクリート構造物端部の破壊状況、及び土周辺領域の状況を確認することができる。

3.3 スペースデブリの超高速衝突解析

筆者がスペースデブリ（宇宙ゴミ）衝突の解析に始めて出合ったのは1986年のことである。その際に解析した問題は、アルミニウムの円柱状飛翔体がアルミニウムの一枚板に衝突するという問題であった。全て multiple material Euler 法でモデル化し、状態方程式には衝撃気化対応の Tillotson の状態方程式 (EOS) [14] を適用した。4,000 弱の Euler メッシュ、約 1,000 回の時間積分を行うために、当時、

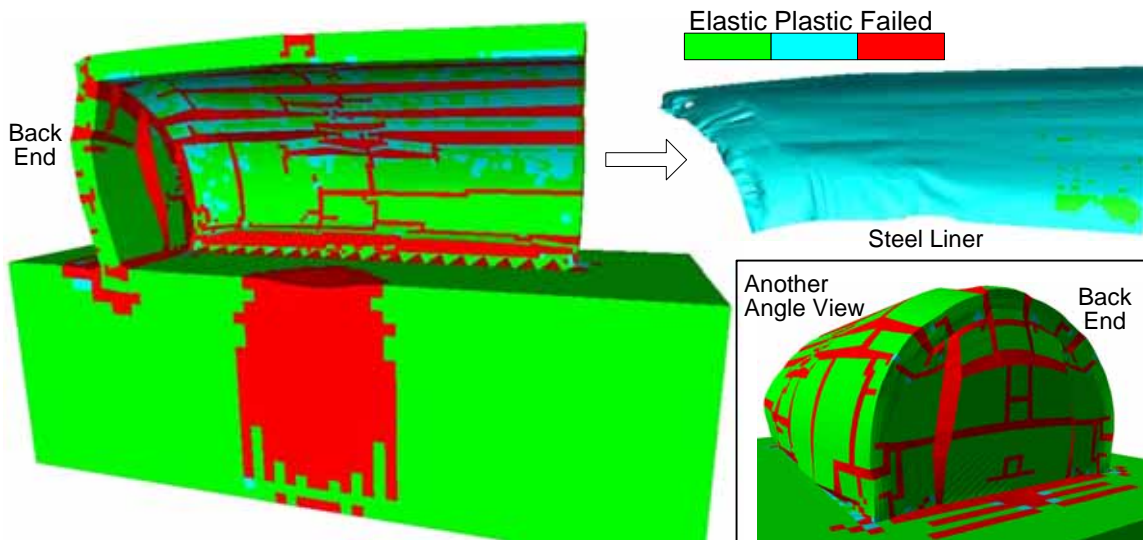


図11 75 ms時における構造物の塑性化域と破壊域マップ

CRAY-1 で 20 分強を要した。今では、同じ計算を 3GHz 程度の Xeon/ Windows/PC を用いて約 40 秒で計算することができる。図 12 は後日、社内研究として実施した類似計算の結果である。同図の右側の 10 km/s の結果では、衝突面側に著しい物質分布が見られ、気化物質が噴出していることを別の出力結果から確認した。この結果に至るまでには時間積分の間隔が極めて小さくなる状況に出くわし、

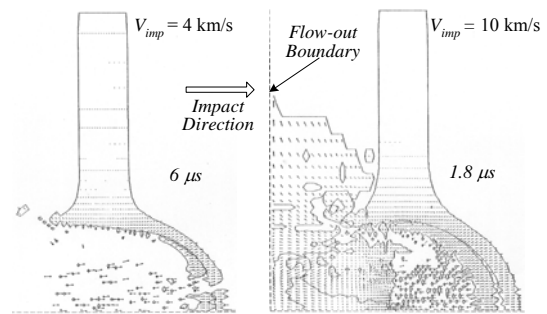


図12 日本で初めてのスペースデブリ解析

一度は計算の異常かと思い計算の続行を断念しようとした。これは、時間積分のクライテリアが Courant 条件ではなく、急激な密度変化に伴う von Neumann の安定性条件によって支配されるためであるが、高性能爆薬の爆轟でもかつて経験したことがない正に極限状態の物理の解析であった。しかし、この解析の持つ物理的意味を十分に理解したのはそれから 5 年程後のことであった。この時期、欧米での数値解析的研究としては、筆者の承知しているものでは、1985 年に打ち上げられた欧州宇宙機関 (ESA) の Giotto ミッションに関連して、ESA Halley Workshop で発表された解析のみであるが、衝撃気化は考慮されていない。

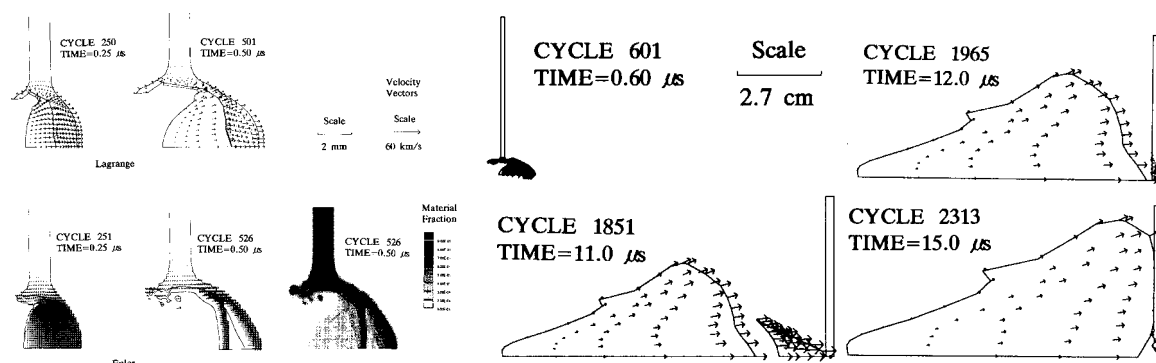
1989 年 9 月、日本航空宇宙学会の中に、当時の航空宇宙技術研究所 (NAL) の戸田勸動力学研究室長を主査とするスペースデブリ研究会が発足した。NAL の戸田勸、木部勢至朗両博士の要請を受けて同研究会に参加したのは 1990 年の後半である。当時の日本において、凝縮相の衝撃解析が行われていたのは、防衛分野と原子力分野だけであると考えられるが、これらが対象としてきた速度領域は 10 km/s 以下であり、成形爆薬等を除いてはほとんど 2 km/s 以下の衝突問題が主流であった。そのため、超高速衝突分野の言わば先行分野に関係してきた我々にとっても新しい問題に直面し勉強すべきことが多くあった。特に、前述の衝撃気化 (shock-induced vaporization) の問題は、10 km/s 以下の衝突速度ではほとんど問題にはならないため、Tillotson, Puff, SESAME 等の衝撃気化対応の EOS だけではなく、衝撃問題全体に対する EOS の重要性とその意味を再検討する機会を得たことは大きな収穫であった。その最初の研究活動として、衝撃気化の物理を中心に数値シミュレーションの有効性の提示と数値シミュレーション結果を通じて物理過程の説明を試みた[15]。そこで用いた解析手法は、1986 年のものと基本的には同じく、multiple material Euler/Tillotson EOS を用いたものであるが、標的が二枚板になった点に相違がある。この研究は、飛翔体の形状効果と二枚板の効果を組み合わせた物理的検討が含まれていたが、当時の計算機能力と空間表示法である Euler 座標系の制約のため、現実の Whipple バンパーの設計寸法を反映させた解析条件ではなかった。

1992 年に入ると、スペースデブリ研究会活動を通じてデブリ関連の情報が豊富に

なったため、Whipple バンパーの実際に即した解析をできないかという要望が高まった。しかし当時の計算機能力では、multiple material Euler 法を用いてデブリ雲が広がる領域を十分な精度で模擬することは不可能なことであった。それは、2次元軸対称モデルで最低でも3、40万程度の計算メッシュを要したからである。そこで、multiple material Euler 法ではなく、interactive rezoing という手法を用いて一枚目バンパーの貫通、デブリ雲の形成、主壁への衝突過程を模擬する方法を試みることにした。この手法は、Euler の結果と比較しながら 1992 年頃から 2、3 の国際会議で発表した。その概略を図 1 3 に示す。

Whipple バンパーに対する 2 次元軸対称系による数値解析法は一応確立したが、実験による検証が成されているかどうかの問題であった。それまで、防衛分野では、既に実験との比較を行い、侵徹深さのような代表的な結果に関しては両者の間で 10 %以内の誤差で一致することを確認していたが、4 km/s 以下の速度領域のみのことであり、かつほとんどが非公開であった。そんな時、NAL の戸田・木部両博士の主導の下、当時の宇宙科学研究所 (ISAS) のレールガン、東北大流体科学研究所の二段式軽ガス銃、京大工学部の火薬銃による衝突試験が実施されたことは極めて重要である。この一連の試験では、それぞれの加速装置で、目的加速速度を 7, 4, 2 km/s に定め、ほぼ同じ運動エネルギーを持った円柱状プラスチック製飛翔体を、一枚板もしくは Whipple バンパーに衝突させるというものであり、非常に単純ではあるが基礎的な物理を明らかにするには適切かつ有効なものであった。

それらの試験結果と、multiple material Euler 法による計算結果の比較を図 1 4 に示す [16]。図 1 5 には、Whipple バンパーに対する interactive Lagrangian rezoning 法と multiple material Euler 法による数値解析の比較を示す [17]。図 1 4 と図 1 5 の Lagrange による結果は、1994 年の 2 つの国際会議で発表したものであるが、1 年後の別の国際会議では Whipple バンパーの解析も計算機能力の進歩により multiple material Euler 法だけで計算できることを示した。紙数の制約のため実験結果との比較は割愛するが、Lagrange, Euler の結果共にほぼ妥当なものであると考える。



(a) 前面バンパーの貫通過程のLagrangeとEuler手法の比較

(b) デブリ雲の形成過程と後方主壁への衝突過程の様子

図 1 3 Interactive rezoing手法によるデブリ雲の形成とWhippleバンパーへの衝突過程の解析

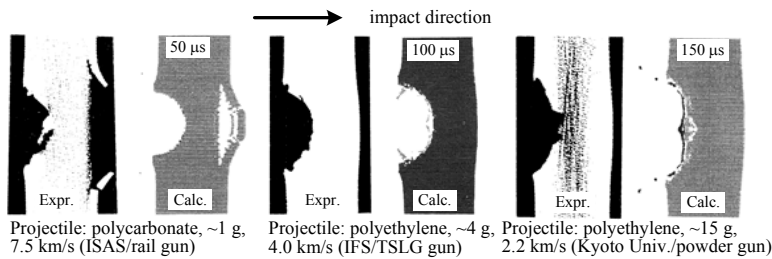


図14 3種類の加速装置による試験結果と解析結果の比較

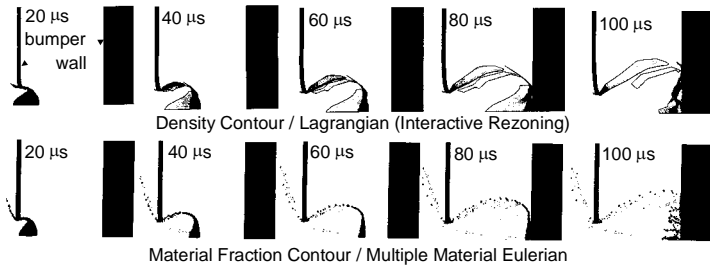


図15 Whipple shieldへの衝突解析のLagrangeとEuler法の比較

このような理由から、固体の状態で飛翔体を射出することはできないが成形爆薬による実験を行い、数値解析との比較・検討を実施した。図16に、成形爆薬の概念図と試験装置の模式図を示す。爆薬のエネルギーをコーン状のライナー物質に与え、そのエネルギーを軸中心方向に収束させることによって高速のジェットを得る原理である。但し、スペースデブリを模擬するためには長尺のジェットは不要であるためインヒビターの自己鍛造効果によって低速のスラグを除去する。ライナーに銅を用いる防衛分野の成形爆薬では、高々9 km/s 程度の速度までしか加速することはできないが、アルミニウムを用いると12 km/s 程度まで加速することが可能である。この金属ジェット発生過程に対する数値解析法としては、基本的には multiple material Euler を用いて、ライナー、ジェットを模擬するというもので、1995 年以前の計算機では実施困難な計算であった。図17(a)にジェット発生とスラグ除去過程の2次元軸対称系による数値シミュレーション結果[18]を示す。爆薬とアルミニウムライナーは Euler の方法、それ以外は Lagrange の方法で模擬している。さらに、ライナージェットの飛翔解析を継続し、鋼製標的への衝突解析を実施した計算結果と対応する実験結果の比較を図17(b)に示す。標的も Euler の方法によって模擬している。

図18の上段は、Univ. of Dayton Research Inst.の Piekutowski[19]が二段式軽ガス銃を用いて、約6.6 km/s のアルミニウム球をアルミニウム標的板に衝突させて撮った X 線フラッシュ写真である。下段は同条件で、2次元軸対称系の SPH 法に

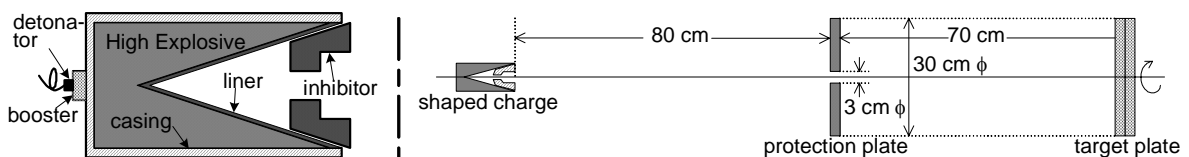


図16 成形爆薬装置と試験体系模式図

スペースデブリの低軌道における最大衝突速度は15 km/s にも及ぶため、前述の NAL との実験的及び数値解析的研究だけでは不十分であることは明らかである。特に、多くの物質は10 km/s 以上では広範な領域で気化するものと考えられるため、二段式軽ガス銃やレールガン以外の10 km/s 以上まで加速できる装置が必要である。このよ

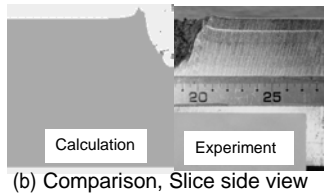
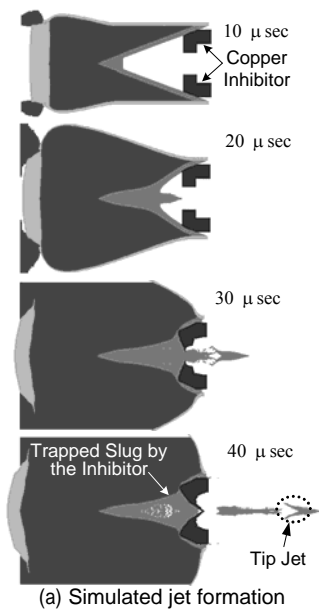


図17 インヒビター付成形爆薬の数値解析と実験結果

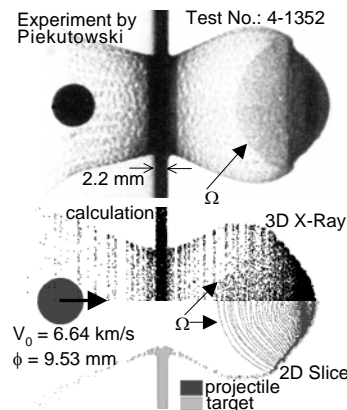


図18 2次元SPH法による超高速衝突解析と実験との比較

より解析した結果[20]である．数値解析結果の上半分は，透視写真である実験結果との比較のため3次元積分効果を表した図である．一方，図19は，3次元効果が顕著に現れる斜射の問題を前例と同じく，Piekutowskiの実験と3次元によるSPH法の結果を比較したものである．

スペースデブリの超高速衝突問題の数値解析法は，multiple material Euler法，interactive Lagrangian rezoning，SPH法等の粒子法，粒子法とLagrange法のカップリング手法等，これまで様々な変遷を経てきた．現在では，一部にSPH法が万能であるかのような誤解が存在するようにも見える．しかし，SPH法は粒子密度が十分に存在する場合には連続体としての解析精度を保てるが，デブリ雲が広がって行く過程では，SPH粒子の隣接粒子がなくなり，終には単独の質点となり状態量の評価ができなくなる事態が起こり得る．衝撃気化

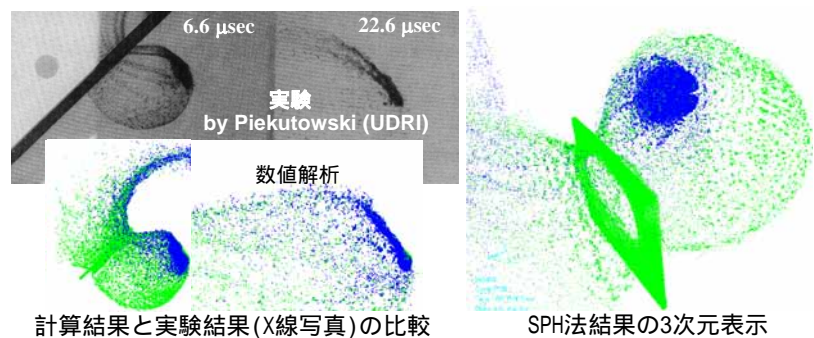
が生じるような問題はもちろん，エネルギー保存性に十分注意しながら解析することが肝要である．

スペースデブリの数値解析法は，決して未だ完成された技術ではなく，今後も当分はその時点の計算機能力と使用可能な解析手法を勘案しながら最も現実的な手法を模索して必要があるものと考えられる．

4 おわりに

以上で，高速衝突問題と爆発問題の数値解析法の概要といくつかの分野における適用事例について述べた．

しかしながら，解析法の記述では，紙数の制約から，式を用いた詳しい記述や，状態方程式や構成方程式の具体例について触れることができなかった．また，解析事例につ



計算結果と実験結果(X線写真)の比較
図19 2次元SPH法による超高速衝突解析と実験との比較

いてもあまり広範な分野について述べる余地はなかった。これらについては、もう少し詳しく記述したものがあるのでそれを参照されたい[21]。

参考文献

- [1] M.L.Wilkins: *Calculation of Elastic-Plastic Flow*, UCRL-7322, Rev. 1, (1969).
- [2] M.L.Wilkins: *Computer Simulation of Dynamic Phenomena*, Springer, (1999).
- [3] J.A.Zukas: *Introduction to Hydrocodes, Studies in Applied Mechanics* 49, Elsevier, (2004).
- [4] F.H.Harlow: *A machine calculation method for hydrodynamic problems*, Los Alamos Scientific Laboratory report LAMS-1956, (1955).
- [5] J.O.Hallquist: *Theoretical manual for DYNA3D*, UCID-19401, Lawrence Livermore National Laboratory, (1983).
- [6] M.S.Cowler, N.K.Birnbaum, M.Itoh, M.Katayama and H.Obata: *AUTODYN — An interactive non-linear analysis program for microcomputers through supercomputers*, *Trans. of 9th Int. Con. on Struct. Mech.in Reactor Tech.* Vol. B, 401-406, (1987).
- [7] M.Katayama et al.: *The 2nd Asian Conference on High Pressure Research (ACHPR-2)*, Nara, Japan, (2004).
- [8] G.R.Johnson et al.: *Proc. 7th Int. Symposium on Ballistics*, The Hague, The Netherlands, (1983), 541.
- [9] W.Herrmann: *J. Appl. Phys.*, **40**, 6, (1969), 2490.
- [10] W.Reidel et al.: *9th Int. Symp. on Interaction of the Effects of Motions with Structures*, Berlin, Germany, (1999).
- [11] 森下政治他：防衛庁技術研究本部技報，第 6735 号，(2000)。
- [12] B.M.Dobratz: UCRL-52997, LLNL, (1981).
- [13] M.Katayama et al.: *Int. J. of Impact Engineering*, Vol.34, Issue 9, (2007), pp.1546-1561.
- [14] J.H.Tillotson: GA-3216, General Atomic, CA, (1962).
- [15] 片山雅英: スペーティブリワークショップ'91 相模原講演集，宇宙科学研究所，(1991)，33。
- [16] M.Katayama, S. Kibe and S. Toda: *Int. J. of Impact Engineering*, Vol.17, (1995), 465-476.
- [17] M.Katayama, S.Toda and S.Kibe: *Acta Astronautica*, Vol.40, No.12, (1996), 859-869.
- [18] M.Katayama et al.: *Acta Astronautica*, Vol.48, No.5-12, (2001), 363-372.
- [19] A.J.Piekutowski: *Int. J. of Impact Engineering*, Vol.14, (1993), 573-586.
- [20] 片山雅英: 高圧力学会誌『高圧力の科学と技術』，Vol.8, No.4, (1998), 251-259.
- [21] 矢川元基・宮崎則幸編，「計算力学ハンドブック」，『15.5 高速衝撃解析』（片山雅英執筆担当），朝倉書店，(2007)，443-460。