

有限差分法による地盤構造物の大変形・ 側方流動のシミュレーション

中 川 光 雄
蔣 宇 静

地盤工学会誌 第50巻 第2号 (2002) 別刷

有限差分法による地盤構造物の大変形・側方流動のシミュレーション

Simulation of Large Strain and Lateral Flow for Earth Structures by Finite Difference Method

中 川 光 雄 (なかがわ みつお)

㈱CRC ソリューションズ 建設システム事業部

蔣 宇 静 (じゃん いじん)

長崎大学助教授 工学部社会開発工学科

1. はじめに

これまでの地盤構造物の設計では安全率に代表される強度が中心的な役割を果し、変形を十分かつ適切に考慮してきたと言え難い。しかし、性能設計の時代を迎えた今日では、地盤構造物の変形を正確に考慮して合理的に設計することが要求される傾向にある。盛土の側方流動、山留めの倒壊、地震時液状化による河川堤防のすべり崩壊など、今までにも供用後の地盤構造物が破壊して大規模な側方流動を来す状況にしばしば遭遇しており、ゆえに、地盤構造物であれば常にその可能性を否定することはできない。

さて、数値解析を用いて変形を的確に評価するには、現場で遭遇する特色ある地盤の挙動特性を正確に表現することが求められる。近年は、解析技術の進歩に伴い大変形理論を導入した連続体解析や個別要素法に代表される不連続体解析が注目され、それらの各種現場での適用が見受けられるようになってきた。このことは、破壊挙動が進行する過程やそれに伴い変形が大きくなる現象を適切に表現できる解析法を適用することが地盤の変形挙動をよりの確に評価する有効な手段であるとの認識に基づくものにはかならない。本論文はこのうち、地盤を連続体と見なし側方流動が進行する過程を表現できる有限差分法に着目し、その定式化を述べる。そして、この解析法を適用して側方流動が進展し崩壊に至る現象を再現した解析事例を示す。

2. 有限差分法の基本概念と定式化

地盤が破壊した後に変形を伴い崩壊挙動が進行するような不安定現象を安定的にシミュレートできる数値解析法の一つに有限差分法^{1),2)}がある。

2.1 進行的破壊挙動を表現する定式化の考え方

(1) 動的定式化

地盤の変形挙動は多かれ少なかれ動的であり、この過程ではひずみエネルギーと運動エネルギーの相互変換や消散が行われる。そこで、静的問題の釣合式に加速度項と減衰項を加えて「動的に定式化」して、さらに、動的緩和法を適用すれば、変形挙動の過程でのエネルギー変換が実際に表現されることになり、加速度項が解消されて静的解が効率的に求められる。

(2) 陽解法による定式化と差分法の適用

支配方程式を陽解法で定式化すれば、構成則は各要素

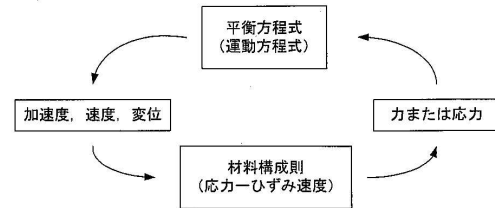
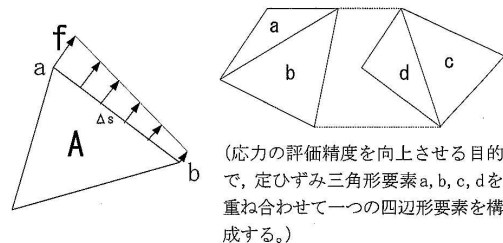


図-1 1時間増分 Δt あたりの計算プロセス



(a) ガウスの発散定理

(b) 四辺形要素

図-2 三角形領域に対する差分スキームと四辺形要素

ごとに独立して計算されるため、全体剛性マトリックスの生成や記憶が不要となる。因って、与えられた任意の非線形構成則に従って地盤材料を忠実に挙動させることが可能となる。さらに、離散化手法として差分法を適用すれば、支配方程式の繰り返し計算1回の演算負荷は比較的少なく、演算効率の向上に大いに寄与すると考えられる。

2.2 定式化

解析領域全体は、有限要素法と同様に四辺形要素(差分格子)で離散化され、変形は節点の運動に伴う各々の要素のゆがみにより表現される。図-1に示す1時間増分あたりの計算プロセスに基づき、以下に計算手順を述べる。

まず、図-2(a)を参照してガウスの発散定理より式(1)に示す三角形領域に対する差分スキームが導かれる。

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{A} \sum_s \langle f \rangle n_i \Delta s \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 f は着目するベクトル量、 A は三角形の面積、 n_i は三角形領域境界を表す単位法線ベクトル、 Δs は、三角形領域の各辺の長さ、 Σ は、三角形のすべての辺についての総和を意味する。また、 f は各辺で直線的に変化するとした場合、 $\langle f \rangle$ はその平均値である。三角形領域のひずみ速度テンソルは、式(1)の f を速度ベクトル

表-1 砂質地盤の物性値⁵⁾

ヤング係率	43.2(MPa)
ポアソン比	0.32
密度	1.87(g/cm ³)
粘着力	0.0(MPa)
内部摩擦角	33.0(°)

ル $\dot{u}$ として次式(2)のように求められる。

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \cong \frac{1}{2A} \sum_s (\dot{u}_i^{(a)} + \dot{u}_i^{(b)}) n_j \Delta s \quad (2a)$$

$$\dot{e}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right] \quad (2b)$$

ここで、図-2(b)に示す四つの三角形要素におけるひずみ速度テンソルから各種の構成則を用いて平均された四辺形要素の新しい応力テンソルが求まる。連続体の運動方程式は、中心差分近似により式(3)のように離散化され、積分すれば新規の節点速度が求まる。ここで、節点力 F_i はその点を囲む領域における応力の和から算定される。

$$\dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)} + \sum F_i \frac{\Delta t}{m} \quad (3)$$

式(3)では、 t から $t+\Delta t$ までの $\dot{u}$ を不変と仮定しているため、物理的に正当な解を得るためには時間増分 Δt を式(4)により制限することが要求される。

$$\Delta t \leq 2 \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

ここで、 m , k はそれぞれ解析モデルにおける材料の最小質量と最大剛性である。

この解析法では、不平衡力を人工的に減衰させることにより、最終定常解、すなわち、静的解（静的平衡あるいは等速運動）が得られる。もし不平衡力が解消されなければ大変形を伴う崩壊挙動が継続される。

2.3 大変形理論の導入

変形を構成する3つの要素として、伸び、ひずみ、剛体回転を考える。本論文で示した有限差分法では、形状が変化することに対応した幾何学的非線形を考慮することにより大変形解析を実現させている。

(1) 更新ラグランジアン座標を導入し、時間増分 Δt ごとに座標を更新する。新しい座標は、次式(5)により評価される。

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (5)$$

(2) 応力増分の客観性の原理の要求に従い、1時間増分 Δt に対して微小回転した座標系について参照される応力テンソルは、式(6)で定義された空間固定の全体座標系について参照される応力テンソルとして表現される。

$$\dot{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + (\omega_{ik} \sigma_{kj} - \sigma_{ik} \omega_{kj}) \Delta t \quad (6a)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right] \quad (6a)$$

大変形解析の実現に直接寄与する式(5)および式(6)は、有限要素法などで見受けられる定式化に比較しても簡潔である点が特徴的である。

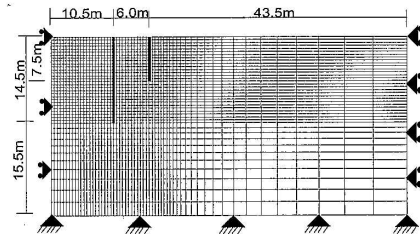


図-3 解析モデルと境界条件

3. 有限差分法を用いた大変形・側方流動の解析例

3.1 山留めの倒壊事故

掘削施工中の仮締切りが倒壊した例として、1991年9月に発生した槐戸橋架け替え工事現場での事故が報告されている³⁾。倒壊は急激に発生し、事故状況を示した口絵写真-1より、陸側の仮締切り工背後の地盤が建設機械を載せたまま大きく陥没している様子が見られる。仮締切り倒壊の直接的な原因は、3段必要な切梁のうち最下段の切梁を架設しないまま掘削を進め、切梁が座屈したことにある（口絵写真-2）^{3),4)}。また、現場では大きな土圧がかかる陸地側の仮締切りを補強するためにこれの背後に控え工としての鋼矢板を打設して両者の頭部をタイロッドで結合していた。これに対して、山留めの倒壊メカニズムを解明するために室内模型実験が実施された。口絵写真-3より、控え工の背面地盤に鉛直亀裂が発生して、仮締切り工および控え工がそれらの間にある地盤と一体となって倒壊している結果が得られている。これに基づくと、事故現場では控え工による仮締切り工の倒壊抑制効果が得られなかったと推定できる。

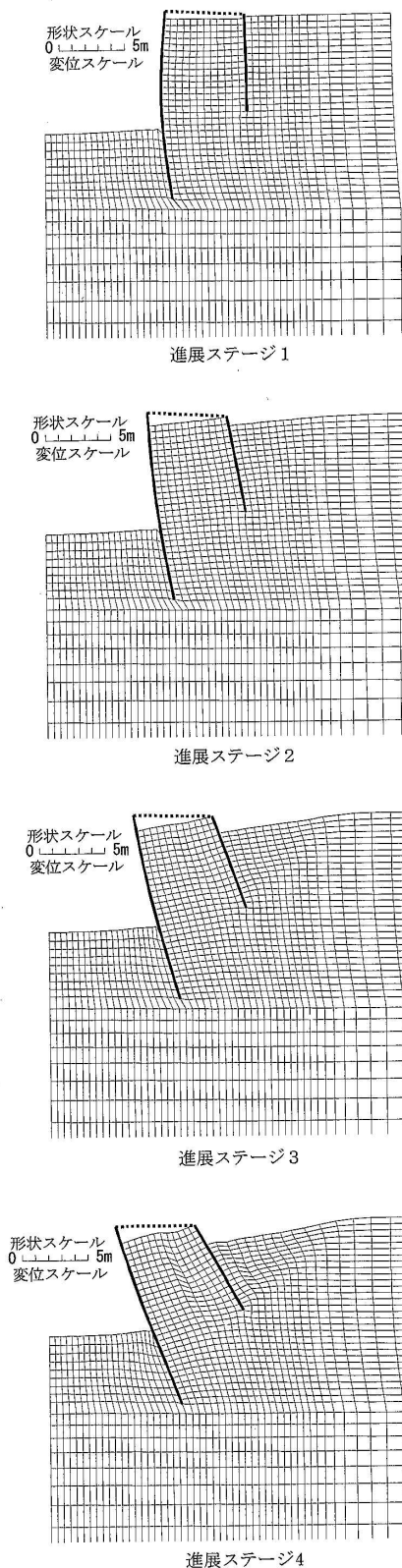
3.2 有限差分法によるモデル化

前章で示した有限差分法を用いて山留めの倒壊メカニズムの再現を目的とするシミュレーションを実施した。引用文献^{3),4)}には現場の地盤条件が明確に示されていないため、ここでは、表-1に示す砂質地盤を想定しMohr-Coulomb 規準に基づく弾塑性体としてモデル化した。口絵写真-2の情報に基づく解析モデルおよび境界条件を図-3に示す。ここで、川側の鋼矢板を無視し、陸側仮締切り工と控え工の鋼矢板は梁要素、タイロッドはモーメントに抵抗しないロッド要素でモデル化してそれらをピン結合した。載荷は、自重による初期応力状態を再現した後掘削を行い、2本の切梁が座屈したものとしてこれを下から順次除去した。

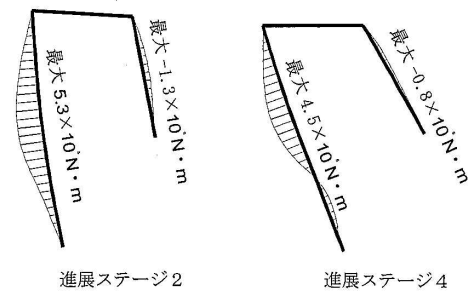
3.3 有限差分法による解析結果と考察

図-4は、仮締切り倒壊の進展シミュレーションの結果を示す。まず、切梁の座屈により仮締切り工の中央部に側方変形が生じ、これに伴い控え工背面の地盤の変形が増加し始めた。そしてこれらの挙動が相互に進展し最終的に仮締切り工が倒壊し背面地盤も控え工に沿って大きく陥没した。これより、控え工による仮締切り工の倒壊抑制効果が得られなかったことが分かる。

次に、進展ステージ3以降に示された山留めの崩壊



図一4 シミュレーションによる仮締切り倒壊の過程



図一5 鋼矢板が受けるモーメントの比較

状況に着目すると、現場の状況や模型実験の結果でみられたような控え工背面の鉛直亀裂は表現されないもの、おおむねこれらの状況と一致していると思われる。よって、本解析結果からも実験結果と同様の倒壊メカニズムが得られたことになり、控え工の設置位置が仮締切り工に近すぎたことが急激な倒壊を招いた要因であるとの推定が得られる。

最後に、鋼矢板に発生しているモーメントの集中の変化を図一5に示す。これより、崩壊挙動が進展して変形が大きくなるに伴い鋼矢板が受ける荷重分布が変化している様子が分かる。合理的設計を実施するためには、地盤の変形過程とそれに伴い発揮される支保効果のメカニズムを十分に認識し、それらを定量的に評価することが重要であると考えられる。

4. おわりに

地盤構造物の設計には、変形の適切な予測に基づく合理性のある解析的検討が重要であると考えられる。本論文では、これに有効と思われる有限差分法を示した。そして、解析事例により地盤の破壊挙動が進展して大変形に至る現象の過程が再現できることを示した。控え工を現状よりさらに離れた位置に設置していれば、倒壊速度が緩和されて避難時間を確保できた可能性が指摘されている^{3),4)}。今後は、このような解析法が少しでも現場設計と変状メカニズムの解明に適用され、事故を未然に防ぐことができれば幸いである。

参考文献

- 1) 中川光雄・蔭 宇静・江崎哲郎：大変形理論の岩盤挙動および安定性評価への適用，土木学会論文集，No. 575号/Ⅲ-40，pp. 93～104，1997.
- 2) Cundall, P. A. and Board M.: A microcomputer program for modeling large-strain plasticity problems, Prepared for the 6th International Congress on Numerical Methods in Geomechanics, 1988.
- 3) 重大事故の新事実，日経コンストラクション，2001年5月11日号，pp. 40～48，2001.
- 4) 豊澤康男ほか，遠心模型実験による控え矢板を有する土止めの崩壊メカニズムの検討，産業安全研究所研究報告，NIIS-RR-99(2000)，pp. 101～108，2000.
- 5) 土木学会編：新体系土木工学18土の力学（Ⅲ），pp. 77～83，1985.

(原稿受理 2001.10.1)

