砂のような粒状材料のせん断挙動 およびせん断層に与える粒子形状の影響

榊原辰雄1・加藤正司2・吉村優治3・澁谷啓4

 ¹正会員 伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 (〒541-0051 大阪市中央区久太郎町4-1-3) E-mail:tatsuo.sakakibara@ctc-g.co.jp
 ²正会員 神戸大学大学院准教授 工学研究科市民工学専攻 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1) E-mail:skato@kobe-u.ac.jp
 ³正会員 岐阜工業高等専門学校教授 環境都市工学科 (〒501-0495 岐阜県本巣市上真桑2236-2) E-mail: yuji@gifu-nct.ac.jp
 ⁴正会員 神戸大学大学院教授 工学研究科市民工学専攻 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1) E-mail:sshibuya@kobe-u.ac.jp

砂のような粒状材料の粒子形状がせん断層に与える影響について二次元個別要素法による二軸圧縮解析 を行い検討した.供試体モデルとして豊浦砂と相似粒度で粒子形状が異なる4種類のモデルを用いた.ピ ーク強度時に動員される内部摩擦角は形状係数であるFUと相関が認められ,その関係はほぼ線形関係で 表され,せん断初期の相対密度に応じて平行移動した関係が得られた.また,せん断帯形成に伴う粒子回 転を調べ,供試体内部に周期的な小規模なせん断帯が形成されていることを示唆する層を確認した.さら に,粒子回転の程度がダイレイタンシーに影響しており,その程度は長短度で表される粒子形状の影響を 受けることを確認した.

Key Words : distinct element method, grain shape, sand, shear behaiviour, internal friction angle

1. はじめに

砂のような粒状体の力学特性には、一次性質であ る粒子形状が大きく影響を及ぼしている^{1)~3)}.そ の粒子形状の影響を数値解析的に解明する手法とし て個別要素法(Distinct Element Method, 以下 DEM と略す)⁴⁾に代表される離散体解析が有用である。 しかし、DEM を実問題に適用する場合、モデル化 する粒径サイズや粒子形状の影響, 粒子間に設定す るバネ剛性や摩擦係数などミクロな粒子間パラメー タの決定方法には多くの不確定要素があり、工学的 にもまだまだ信頼性にかけている.特に砂のような 粒状体では粒子形状の影響が大きいにもかかわらず, これまでの多くの解析例においては円や球を用いた 検討が行われているのが現状である. その理由とし ては、DEM 解析における接触判定が容易であり、 計算時間の短縮が図れるためである.そして,近年 円や球要素を用いた解析の中に粒子形状の影響を考 慮するための工夫がなされてきた. Rothernburg & Bathurst⁵⁾ や澤田ら⁶⁾ は楕円要素を用い,楕円扁平度 と内部摩擦角との関係について検討を行った. 岩

下・小田⁷⁾は、円要素に転がり抵抗パラメータを導 入し, 接触点に転がり抵抗を考慮することでせん断 帯形成の検討を行った.桑原ら⁸⁾は、円形要素を 正多角形状に配置して非円形粒子を作成し、内部構 造の変化について検討した.野並ら⁹も,円形要素 を組み合わせて正多角形を模擬し、変形・強度特性 に与える粒子形状の影響を検討した. これらの研究 がいずれも正多角形を模擬したモデルを扱っている のに対して、松島・竿本10) は複雑な粒子形状のモ デル化手法を提案し、実材料の形状に近いモデルを 作成して要素試験解析を行い、実験結果との定量的 な比較検討を行った. さらに Matsushima¹¹⁾ は 3 次 元イメージベースモデリングにより豊浦砂を対象と したモデル化を行い、実験値との定量的検討を行っ ている. また, Katzenbach & Schmitt¹²⁾は, 2個の球 要素を連結した粒子モデルを用い、粒子の重なりを 調節して三次元 DEM 解析結果と実験データとの比 較を行っている.

また,円や球といった要素を使用せず,任意多角 形モデルによる解析検討¹³⁾も行われているが,接 触判定が複雑となり多大な計算時間が必要となるこ とから,砂のような粒状体を対象とした解析では複数の粒子を多数組み合わせることによって粒子形状を模擬する解析方法が適している.しかしながら,実地盤を対象とした検討を行う場合,土粒子の粒子形状や粒度分布にばらつきがあり,どのようなモデル化が適切であるのか定量的にもまだまだ明らかではない.

そこで本研究では、出来るだけ簡便で最も少ない 要素数で粒子形状を表現する方法として重なりを許 容した3要素連結による粒子モデルを作成し、DEM による二軸圧縮解析を実施して粒子形状がせん断破 壊時の強度変形特性に与える影響について定量的検 討を行った.3要素を組み合わせることで楕円では 表現できない凹凸な形状が表現可能となり,また,回 転抵抗など考慮することなしに自然な形で粒子形状 を考慮できる.特に本研究では粒子形状の定量化指 標と内部摩擦角の関連性について検討を行うことと した. また、せん断破壊時に形成されるせん断帯の 内部では粒子回転が活発であること7)より,粒子形 状がせん断層に与える影響を明確にしておくことは 工学的にも重要であると考えられる.なお、本論文 中,3個の円要素連結で作成したモデルを粒子と呼 び、粒子を構成する要素を円要素、または単に要素 と呼ぶこととする.

2. 解析モデルの概要と解析条件

(1) 粒子モデル

本研究で用いた3要素粒子モデルを図-1に示す. 粒径の等しい円要素 A と円要素 B はそれぞれの中 心点を通過するように交差している. そして, 円要 素 A の中心点から円要素 B の中心点に向かう軸か ら円要素 C の中心を通る角度のを変数として円要素 Cを作成する.円要素 Cの中心点は円要素 Aの円周 上に存在するとすれば,非常に簡便な粒子モデルが 作成できる.この粒子モデルでは, θを制御するこ とである程度の任意な形状を作成することができ, 形状特性を数値的に評価することが可能となる. た とえば, 図-1 に示すように最大長さ ML, 最大幅 MW で投影されるような粒状材料では、破線で示す ような3要素で簡易的にモデル化することができる. DEM では要素数が多くなると計算時間が増大する ことから可能な限り少ない要素数でモデルを作成す ることが望まれる.3要素あれば、粒子回転の伴う 回転抵抗を直接考慮することが可能となる.

粒子形状の定量化の指標についてはこれまでいく



図-1 3要素連結粒子モデル



図-2 DEM モデルの θに対する FU, EL

つか方法が提案されている¹⁴⁾.本研究では吉村・ 小川^{2),3)}による凹凸係数 FU,および最大幅 MW と 最大長さ ML の比で表わされる長短度(EL)で整理 した.凹凸係数 FU は、粒子内の直交する三軸を考 えたとき、長軸(ML)と中間軸(MW)を含むよう に粒子を投影した断面の外周長を L,その断面積を Aとしたときに式(1)で表される.

$$FU = \frac{4\pi A}{L^2} \tag{1}$$

$$EL = \frac{MW}{ML} \tag{2}$$

粒子が球の場合,投影断面が円となり FU は 1.0 である.凹凸の度合いが大きくなれば FU は小さく なる.図-1 に示す θを 0~360 度まで 10 度毎に変化 させて作成したモデルから求まる FU および,式(2) で表される長短度 EL を図-2 に示す.本論文で扱う 3 粒子モデルの中心間距離を調節することで EL, FU を任意に設定することが可能となる.粒子を構 成する円要素の中心間距離を半径と同一としたモデ ルとしたので,本論文では EL で 0.5~0.955, FU で 0.798~0.914 の範囲のモデルを扱うこととする.



四4 粒径切心刀**0、9 苏阔际**0

(2) 解析条件

DEM 解析では、モデル化対象となる材料の粒度 分布を忠実に再現して粒子を作成すると,扱う粒子 数が膨大になる. その結果計算時間も膨大になるこ とから、相似粒度に拡大した粒径分布を用いること が多い.本研究においてもどの程度の大きさの粒径 を用いることが妥当であるかを見極めるために予備 検討を実施した. 図-3 に検討した供試体試料の粒 径加積曲線を示す.図に示すように豊浦砂と相似粒 度に調整した試料で粒径比3倍,5倍,10倍,20倍 の円要素で構成するモデルを作成した. モデルの大 きさは幅 5cm×高さ 10cm とし,後述する表-2 の物 性値を用いて二軸圧縮解析を行った. その結果得ら れた応力~ひずみ関係を図-4 に示す. ダイレイタ ンシー関係はどのケースもほぼ同じであるが、応力 比~軸ひずみ関係では粒径比 10 倍, 20 倍のモデル では強度が小さくなるため、本研究においては粒径 比5倍の粒子サイズを採用することとした.

次に供試体モデルの作成手順を説明する.図-5 に示すように、幅 5cm×高さ 10cm の 4 つの壁要素 に囲まれた領域内に約 5000 個の円要素を作成し、 それぞれの円要素内部に 3 要素からなる粒子モデル を作成後、元の円要素を削除する.このとき、作成



図-5 二軸供試体モデルと粒子形状

検討ケース	θ	FU	EL
Case-1	60°	0.912	0.955
Case-2	120°	0.798	0.677
Case-3	180°	0.798	0.5
Case-4	ランダム	0.835	0.733

注: Case-4の FU, EL は平均値

する粒子モデルの面積が,元の円要素の面積と等し くなるように半径を調節している.なお,元の円要 素を削除して粒子モデルを発生させた時点において, 各粒子モデル間には接触がない状態であった.この ように作成したモデルは約 15000 個の円要素からな るモデルとなった.

作成する粒子モデルの形状については,表-1 に 示すような4パターンのモデルを作成した.それぞ れのモデルの要素形状図を図-5 に示す. Case-1 は 正三角形状で長短度が1.0 に近い形状である. Case-3 は棒状の粒子形状であり,Case-1,Case-3 それぞ れ長短度が最大と最小となる形状である. Case-2 は Case-1 と Case-3 の中間モデルで,Case-4 はすべての 要素のθをランダムに設定したモデルである.それ ぞれのケースの粒子形状を表す FU,EL の値を表-1 に示す. Case-2 と Case-3 では *FU*が同じ値であるが, *EL* は異なる値となっている. なお, Case-4 はすべ ての粒子形状が異なるため, *FU*と *EL* は構成する要 素すべての平均値を示している.

次に,解析に用いた材料定数について説明する. DEM 解析においてパラメータの設定方法は重要な 課題の一つである.弾性円柱の接触理論¹⁵⁾あるい は Hertz-Mindlin の解¹⁶⁾を用いてバネ剛性を決定す る方法もあるが、砂のように変形を粒子の再配列と 空隙の変化で表現するような材料では、粒子接触点 における粒子同士のオーバーラップ量が微少となる 程度のバネ剛性を採用することができる.本研究に おいてもバネモデルは線形として扱った.解析に用 いた材料定数を表-2 に示す. 設定した法線バネ剛 性, せん断バネ剛性については既往の事例^{7),17)}に 習い設定した. これらの事例では円要素モデルが用 いられているが、3 要素モデルによる予備検討解析 を行った結果、設定した材料定数は妥当であると判 断した. 粒子間摩擦係数は, 豊浦砂のϕu≒25°¹⁸⁾よ り $tan(\phi_{\mu})=0.5$ とした. なお, 側方境界面について も拘束圧制御が簡単な剛壁として扱い、上下壁より 変形のしやすさを考慮して上下壁と左右壁で異なる バネ剛性を設定した.

また、初期状態での相対密度の違いによるせん断 強度への影響を検討するために、図-5 に示すモデ ルそれぞれについて初期相対密度が異なる密詰め供 試体、中詰め供試体、緩詰め供試体の3 種類の供試 体を作成した.密詰め供試体、中詰め供試体は粒子 間摩擦係数 $\tan(\phi_{\mu})$ をそれぞれ 0.0、0.25 として等方 圧縮応力 500kPa まで圧縮した状態を初期状態とし、 その後のせん断過程で $\tan(\phi_{\mu})=0.5$ と設定した. 方、緩詰め供試体については、等方圧縮過程からせ ん断過程まで $\tan(\phi_{\mu})=0.5$ と設定した.

せん断過程では、供試体の上下方向を最大主応力 方向とし、上下の載荷板を供試体に対して圧縮する 方向に一定速度で制御した.その載荷速度について は、載荷速度を変えた予備検討解析を行い、ひずみ 速度の影響がほとんどない載荷速度領域の値を設定 した.左右方向の境界壁は、せん断過程中の壁に対 する拘束圧が常に一定(500kPa)となるように制御 した.また、境界応力によってのみ挙動が支配され るとして、重力は作用させていない.なお、DEM 解析における解析時間ステップは各粒子の質量 mと バネ剛性 k より次式で算定され、各モデルのすべて の粒子の最小値が計算で用いられる.表-2 に示し た Time step は、その代表的なおおよその値を示し ている.

表-2 解析に用いた材料定数

Parameter		
Normal Stiffness of particles (kn)	1.0×10 ⁸ N/m	
Shear Stiffness of particles (ks)	$2.5{\times}10^7$ N/m	
Normal Stiffness of axial walls (kn)	1.0×10 ⁸ N/m	
Normal Stiffness of lateral walls (kn)	1.0×10 ⁷ N/m	
Shear Stiffness of walls (ks)	0.0 N/m	
Friction Coefficient between particles	0.5	
Friction Coefficient between particles and wall	0.0	
Density of particles	2600 kg/m^3	
Local Damping Coefficient	0.7	
Loading Velocity	0.05 m/sec	
Confining Stress in Shear Process	500 kPa	
Time step Δt	1.0×10 ⁻⁶ sec	

$$\Delta t = \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{3}$$

3. 解析結果と考察

(1) 初期間隙比に関する検討

粒状体の内部摩擦角 ø は粒子形状と相対密度 Dr の影響が著しく大きいことが確かめられている^{2),3)}. すなわち、初期状態における相対密度の評価が重要 である.相対密度を調べるためには、試料の最大間 隙比・最小間隙比を求める必要があるが, DEM 解 析における最大間隙比・最小間隙比の算定方法は確 立されておらず、何らかの方法により算出する必要 がある.最小間隙比については粒子間摩擦係数 ϕu を 0.0 とすることで、供試体に振動を与えて最密の状 態を作成することにより模擬できる.本研究でもの を 0.0 として得られた初期等方圧縮状態での間隙比 を最小間隙比とした. つまり、本研究での密詰めモ デルは相対密度 100%となる. 最大間隙比について は、野並ら⁹⁾ や前田ら¹⁹⁾ は tan(*ϕ*_u)を 1.0 などの大き な値に設定し、緩い供試体の作成を行っている.本 研究における緩い供試体の作成では、前述のように $\tan(\phi_{\mu}) \ge 0.5$ と設定した.

図-6 は、それぞれの粒子モデルについて、等方 圧縮応力を 5kPa~1000 kPa まで変化させた時の間 隙比と等方圧密圧力の関係を示している. 粒子同士 に接触がない状態である粒子生成時から徐々に圧縮 されて、等方圧縮応力が 5kPa となった時の間隙比 の大きさは、粒子間摩擦係数および粒子形状の違い



図-6 間隙比と等方圧縮応力の関係

モデル	e_{max}	e_{min}	е	$D_r(\%)$
Case-1	0.219	0.116	0.184	34.0
Case-2	0.252	0.122	0.209	33.1
Case-3	0.229	0.114	0.195	29.6
Case-4	0.184	0.0625	0.145	32.1

表-3 緩詰めモデルの相対密度

が影響してモデルによって異なっていることがわか る.そして,等方圧縮応力 20kPa あたりから徐々に 間隙が小さくなっていくことが確認できる.従って, 本研究では等方圧縮応力 10kPa 時の間隙比を最大間 隙比と設定した.以上のようにして求めた最小・最 大間隙比,および相対密度を表-3 に示す.どのモ デルにおいても緩詰め供試体の相対密度はほぼ同じ であるとみなせる.よって,モデル間の相対密度の 違いによるせん断強度への影響は小さいものと考え られる.

図-6 に示す粒子形状の違いによる間隙比を比較 すると、Case-2 が最も間隙比が大きく、Case-4 が最 も間隙比が小さい.つまり、Case-2 のモデルは、大 きな空隙を含む構造骨格を形成しやすい粒子形状で あると考えられる.逆に、Case-4 はすべての粒子形 状がランダムであるので粒子間の空隙を埋めるよう な密なパッキングが形成されやすいと考えられる. したがって、本研究で用いたような円要素を組み合 わせた粒子モデルによる DEM 解析においては、均 ーな粒子形状よりランダムな粒子形状の方が間隙比 は小さくなると考えられる.

また、この初期等方圧縮過程での構造骨格の様子 を調べるためにモデル全体の平均配位数(1粒子当 たりの接点数)の変化を調べた.図-7は配位数と



図-8 相対密度と粒子間摩擦力の関係

等方圧縮応力の関係を示している.間隙比の比較で は、Case-4 が最も空隙が少ない結果であったが、配 位数の比較では Case-1 がもっとも小さく, Case-3 が 最も大きい. つまり, Case-3 のような棒状で扁平な 粒子構造の集合体では、粒子の長軸同士が接するよ うな構造となり接触点数が多くなっている.一方, 長短度が大きい Case-1 の粒子形状では、少ない接触 点で構造骨格を形成していると言える.図-8は, 作成された供試体の相対密度と初期等方圧縮過程で 設定した粒子間摩擦係数 $tan(\phi)$ の関係である. ど のケースの結果もほぼ同一線上にあり、粒子形状に かかわらず同一の粒子間摩擦係数を用いれば同じ相 対密度の供試体を作成できることを示している. 今 回作成したモデルは、初期の粒子間摩擦係数として、 密詰め、中詰め、緩詰めそれぞれ 0.0, 0.25, 0.5 と 設定したので相対密度はそれぞれ 100%, 50%, 33%のモデルとなっている.この結果から、任意の 相対密度,たとえば相対密度 60%の供試体は,初期 粒子間摩擦係数として 0.24 程度の値を用いれば作成 できるものと考えられる.

(2) せん断強度に対する検討

せん断過程における応力比~軸ひずみの関係、お

よび体積ひずみ〜軸ひずみ関係を図-9〜図-11 に示している.応力比(τ_m/σ_m)は次式により算出した.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tag{4}$$

$$\tau_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \tag{5}$$

 σ_1 , σ_2 はそれぞれ最大,最小主応力である.

応力比~軸ひずみの関係については,図-9 に示 す密詰めモデルでは、どの粒子形状モデルにも明瞭 な強度のピークが見られ、その後残留状態に至って いる. ピーク強度は Case-2 が最も大きく, Case-3 が 最も小さい. また, Case-1, 2, 4 のピーク強度が軸 ひずみ 4~5%時点で発生しているが, Case-3 では軸 ひずみ 3%で発生し、最も早く残留状態に至ってい る. 図-10, 11 に示す中詰めおよび緩詰めモデルに おいても、密詰め同様ピーク強度は Case-2 が大きい. また、中詰めと緩詰めモデルのピーク強度時の内部 摩擦角の差は 2°~3°程度と小さくなっている. 吉村・小川2) は三軸試験における動員される最大内 部摩擦角と初期相対密度の関係を示しており、それ によれば相対密度 50%と 33%における内部摩擦角の 違いはほぼ 2°程度と報告している.本研究は二軸 試験であるが、相対密度の違いによる内部摩擦角の 相対的な差はほぼ同程度と考えられる.

図-9 に示す密詰めモデルでは、軸ひずみ 3~5% 付近でピーク強度となりその後は軟化傾向を示して いる. このモデルでは軸ひずみ 20%付近でほぼ残留 状態となっていると考えられ,この時の応力比は, 0.4 程度(内部摩擦角に換算して約 23.6°) である. 図-10 に示す中詰めモデルでは、軸ひずみ 5%付近 で強度がピークとなりその後はわずかに軟化を示す. このモデルでは軸ひずみ 20%付近でほぼ残留状態と なっていると考えられ、その時の応力比は、Case-1 で最も小さく 0.36 程度(内部摩擦角に換算して約 21°) であり、その他の Case では 0.45 程度(内部 摩擦角に換算して約 27°)の値となっている. 図-11 に示す緩詰めモデルでは、緩やかに強度が上昇 後に減少しており、体積ひずみの挙動から判断して, 軸ひずみ 20%付近で残留状態に近い状態となってい ると考えられる.この時の応力比は、0.4程度(内 部摩擦角に換算して約 23.6°) である. これら残留 状態あるいはそれに近い状態での内部摩擦角の値は, **表−2** に示した粒子間の摩擦係数 0.5 (内部摩擦角に 換算して約 26.6°)にほぼ等しいか、7°程度低い 値となっている.このような低下傾向を過去の実験 例に照らし合わせて判断するべきであるが、実地盤 材料の実験において,材料の物理摩擦係数と残留に



図-11 応力~ひずみ関係(緩詰め供試体)

近い状態での摩擦係数の両者が測定されている例は ほとんど見られない.しかしながら,粒状体の二次 元モデルとされているアルミ棒積層体では,両者が 既知の結果が得られている.アルミ同士の静摩擦係 数は 1.05 (内部摩擦角に換算して約 46°)と求め られている²⁰⁾.そして,FU が本研究と同程度のア ルミ棒を用いた一面せん断試験から求められたピー ク強度での内部摩擦角は 26°程度²¹⁾と報告されて いる.また,残留状態に対応する体積最大圧縮時の 応力比から得られる内部摩擦角は 14°程度である と考えられる²¹⁾.これらのことからアルミ棒積層



図-12 二次元一面せん断試験装置(吉村・高山²¹⁾)





体では、物理摩擦係数は、粒子集合体として発揮される内部摩擦係数よりも大きな値となっていること がわかる.このような現象が生じる理由は、せん断 時に動員されれる摩擦角が物理摩擦角よりも小さく なっているためと考えられ²¹⁾、本研究の解析にお いても同様な理由で、残留状態での内部摩擦角が物 理摩擦係数に比べやや低下する傾向を示しているも のと考えられる.

次に体積ひずみ~軸ひずみ関係については、図-9 に示す結果では、粒子形状によって大きく体積ひず みが異なっている. Case-1 の応力~軸ひずみ関係が 最も緩やかな軟化過程を示し、それに応じて最も大 きい体積膨張を示している.一方, Case-3 では最も 早く残留状態に至り、体積ひずみはも最も小さくな っている. Case-1 に比べ Case-3 は、粒子形状が棒 状であるために回転が拘束され体積膨張が抑制され ているものと考えられる. 図-10 に示す中詰めモデ ルの結果は密詰めモデルの結果と同様の傾向を示し ている. また, 図-11 に示す緩詰めモデルにおいて は、Case-1のみ圧縮後大きく膨張傾向を示している. 体積変化量はどの相対密度のモデルにおいても Case-1 が最も大きく, Case-3 が最も小さい傾向が見 られた. せん断強度に与える粒子形状の影響と比較 して, 粒子形状の違いはダイレイタンシーに大きく



図-16 長軸方向の角度の頻度分布(密詰め)

影響を与えていると言える.

次に、せん断中に動員される内部摩擦角 & につい て考察する.吉村・高山²¹⁾は、図-12 に示す二次元 一面せん断試験装置を用いて、断面形状の異なるア ルミ棒を用いた一面せん断試験を実施し、供試体に 用いたアルミ棒の断面形状を表す凹凸係数 FU と内 部摩擦角の関係として図-13 に示す結果を得ている. 若干のばらつきが見られるものの、凹凸係数 FU が 1.0 の結果を除いてほぼ線形関係が得られている. 本研究で得られた最大内部摩擦角と凹凸係数 FU の 関係を図-14 に示す.図中には吉村・高山の実験結 果も同時にプロットした. DEM 解析の結果は吉 村・高山の実験同様,図の破線で示すように一次関 数で表すことができ,初期相対密度に応じて平行な 関係が得られた. これらの線形関係の勾配は吉村・ 高山の実験結果と良い一致を示しており,野並ら⁹⁾ による粒子形状や物性値が異なる二次元 DEM 解析 の結果とも整合した結果である.以上の結果は、二 次元 DEM 解析において、粒子形状と相対密度が決 まれば動員される最大内部摩擦角を予測できる可能 性を示している.また、この結果に基づくと、本研 究で用いた3要素モデルによる粒子形状を考慮した 密詰め供試体を用いても, 期待できる内部摩擦角は 最大 40°程度にしかならないことになる. このた め、40°を越える内部摩擦角をもつ粒状材料の挙動 を DEM 解析する場合には大きな粒子間付着力を導 入するなどの工夫が必要と考えられる²³⁾.

次に長短度 EL と内部摩擦角の関係を図-15 に示 す. 図中の点線は, EL=0.7 付近を最大値とする 2 次関数を示している. この結果から, 粒子形状とし ては扁平な場合でも,また丸い場合でも,強度的に は弱くなる傾向が見てとれる. Rothenburg & Bathurst⁵⁾ や澤田ら⁶ は楕円要素を用いた数値解析に より内部摩擦角が最大となる楕円の扁平率を示して おり,円要素の組み合わせによる長短度においても 同様の結果であると考えられる.

(3) 初期構造異方性に関する検討

重力下で空中落下法により供試体を作成した場合, 粒子の長軸方向が重力方向と直交する方向に卓越し て初期構造異方性を示すことが知られている²⁴⁾. 構造異方性には粒子の長軸方向の卓越配列に起因す るものと、粒子接触点の分布に起因するものがある. まず,本研究で用いた密詰めモデルについて,せん 断開始時の初期等方応力状態における粒子の長軸方 向の卓越配列について調べた. 粒子の長軸の方向を X 軸から反時計回りを正として、その長軸方向を持 つ粒子の頻度分布を図-16 に示す. なお, 図では Case-1 の粒子形状は正三角形状で長軸の方向が決ま らないので Case-2~4 の結果について示している. また、図の縦軸は、すべての粒子の長軸方向の角度 を 10° 毎に集計した場合の粒子個数の頻度を表し ている.図に示された結果から, Case-2 及び Case-3 においては初期に鉛直方向(X 軸から 90 度の方 向) に長軸方向が卓越した分布状態であるといえる. 本研究では重力は作用させておらず、初期等方圧密 状態の供試体は等方圧縮により生成しているため, この配向は粒子形状の長短度に起因していると考え



図-17 ファブリックテンソルの主値比

られる.つまり,長短度が1に近い粒子形状の場合 は長軸の方向が一様な頻度分布となるが,棒状の粒 子形状では境界壁近傍で境界壁と平行に向きやすく なる.その理由としては,本研究では境界壁は摩擦 のない壁としたためであり,供試体の側壁に沿った 領域で鉛直方向に卓越した配列となっている.

次に、粒子接触点の分布について調べた結果を示す. 接触点分布による異方性を定量的に示す指標として次式に示すファブリックテンソル²⁵⁾ F_{ij}を用いる.

$$F_{ij} = \frac{1}{2M} \begin{pmatrix} \sum \cos^2 \theta^{(k)} & \sum \cos \theta^{(k)} \sin \theta^{(k)} \\ \sum \sin \theta^{(k)} \cos \theta^{(k)} & \sum \sin^2 \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$
(6)

ここに、Mは総接点数であり、 $\theta^{(k)}$ は k 番目の接触 点における法線方向の X 軸からの角度である. 求め たファブリックテンソルの主値を F_1, F_2 とすると、 その比 F_1/F_2 で異方性の程度を確認できる. それぞ れのケースについてせん断開始時におけるファブリ ックテンソルの主値比を図-17 に示す. Case-1,2,4 の 主値比はほぼ 1.0 であり、Case-3 の主値比がやや大 きい. 初期等方圧密時は、作成するモデルの相対密 度に応じて粒子間摩擦係数が異なるため、粒子間摩 擦係数が小さいほど長短度のある粒子形状では構造 異方性を示す傾向がある.

Oda et al.²⁶⁾ や龍岡・朴²⁷⁾ は、空中落下法による 供試体作成時において、最大主応力方向と堆積面が なす角度 δ が強度に与える影響·について調べ、 δ が 90 度のとき最も強度が大きく、60 度付近で最も小 さくなることを示している.本研究では重力は作用 させていないが、Case-3 のモデルにおける長軸の卓 越した配列方向は δ =0 度と考えることができ、Oda et al.や龍岡・朴の結果から初期構造異方性の影響に ついては小さいものと推測される.

以上のように,長短度のある粒子形状を用いたシ

ミュレーションでは初期に構造異方性を示すことが 確認された.この結果は、側方境界を剛壁とした解 析上の問題点として留意する必要がある.

(4) せん断帯での粒子回転に関する検討

砂のせん断帯での観察結果から,Oda et al.²⁶ は粒 子回転がせん断ひずみの主役であり,粒子間すべり は脇役であるとしている.本研究においても,粒子 形状がせん断中の粒子の回転に及ぼす影響に注目し, 以下のような検討を行った.

a)供試体中のせん断ひずみ分布

まず, せん断中に発生するせん断層を確認するた め、既往の研究29)を参考にして局所的なひずみを 変形勾配テンソルおよびラグランジュひずみテンソ ルから求めた.ある粒子 G⁽⁰⁾の変位をその粒子の周 囲に存在する粒子集合体の変位の線形変換により求 めることを考える.まず、粒子 G⁽⁰⁾の周囲に存在す る粒子 G⁽¹⁾~G^(N)を選ぶ.本研究では粒子を構成す る円要素のモデル全体の平均半径の5倍の長さを半 径とする領域を設定し、 すべての粒子についてその 粒子中心から設定した領域内に存在する粒子を抽出 した.5倍の長さは平均して10粒子程度が領域内に 存在する大きさである.変形前の粒子 G(1)~G(^)の 中心位置を,選択した領域中心 G⁽⁰⁾からのベクトル $dX^{(i)}$ であらわす.変形後の各粒子 $G^{(1)} \sim G^{(N)}$ の中心位 置を変形後の領域中心粒子 $G^{(0)}$ からのベクトル $dx^{(i)}$ であらわす.変形後の粒子の位置は変形勾配テンソ ルDを用いて以下の式³⁰⁾で表される.

$$dx^{(i)} = D \cdot dX^{(i)} \tag{7}$$

変形勾配テンソル D は、領域内に存在する N 個の粒子の位置座標から最小二乗法により求めた.また、ラグランジュのひずみテンソル E は圧縮を正として次式により求める.

$$E = -\frac{1}{2} \left(D^T \cdot D - I \right) \tag{8}$$

ここに, *I* は単位テンソルを表す. それぞれの粒子の最大せん断ひずみ y は次式により算出した.

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{E_{11} - E_{22}}{2}\right)^2 - E_{12}^2} \tag{9}$$

このようにして求めた密詰めモデルの最大せん断 ひずみ分布図を図-18 に示す. どのケースにおいて も明瞭なひずみの局所化が帯状に生成していること が確認できる. いずれも図-9 に示した強度のピー ク時を過ぎ,軟化過程でひずみが大きく成長してい る様子が確認できる. 本研究では図-18 に示すよう にせん断ひずみ 10%を超える粒子からなる帯状の領 域をせん断層とし、粒子回転との関連について検討 を加える.

b)供試体中の粒子回転とせん断ひずみ分布の対応

図-19,20,21 はせん断中の供試体内部の粒子回転 量分布の変化を、それぞれのケースについて示した ものである. 粒子回転量は、せん断開始時の粒子状 態を初期状態とし、その後のせん断過程中に生じた 量を各粒子について算出した. なお、本研究で用い た粒子は3要素結合モデルで、粒子の回転中心はそ れぞれの粒子の質量中心となる. そして、ある軸ひ ずみ状態における各粒子の回転量を求め、反時計回 りを正として粒子の表示の色分けを行っている. そ の色分け区分については、-30°から 30°まで 20° 間隔に分割をし、さらに、±30°より大きく回転し ている場合を加えて色分けを行った.

また、図-18~21 に示したモデルのスケールは、 それぞれのケースにおけるせん断開始時の供試体の 縦横比を維持して表示している.したがって、同じ 軸ひずみの大きさの場合でも、圧密終了時の圧縮変 形状態が異なっているため、ケースによって供試体 寸法に差が発生している.特に、Case-3 については 3.(3)節で述べたとおり、粒子の長軸方向が鉛直方向 に卓越した配列となっていることに起因して縦横比 が大きくなっている.しかし、山川ら³¹⁾の実験よ れば供試体の形状比(縦横比)2.0~3.0 では強度的 には同程度の結果が示されており、本検討において も影響は小さいものと推測される.

図化表示した図については、図-18, 19 に示す密 詰め供試体の場合は、軸ひずみ 4%前後に明瞭な強 度のピークがあることから、軸ひずみ 3%, 4%, 5%, 10%, 20%における最大せん断ひずみ分布, お よび粒子回転量分布を示した.図-20, 21 に示す中 詰め,緩詰め供試体については、明瞭な強度のピー クが見られないので 4%, 8%, 12%, 16%, 20%で の粒子回転量分布を示した.

図-18, 19 の結果を比較すると, せん断ひずみが 10%を超えている粒子と粒子回転量が 10 度以上の 粒子の分布がほぼ一致していることが確認できる. なお, ここでは掲載していないが, 中詰め供試体お よび緩詰め供試体でも同様に対応していることが確 認された. この結果は, Oda et al.²⁶⁾ による,粒子回 転がせん断ひずみの主役であり, 粒子間すべりは脇 役であるとする主張を支持している.

c)供試体中の粒子回転およびせん断帯に関する考察

ここでは図-19~21 の結果について, 粒子回転に 注目して考察を加える.









密詰め供試体では、どの粒子モデルにおいても共 通してピーク強度時には顕著な粒子回転が見られず, 軟化過程に入り粒子回転が大きく発生している. そ して, 軸ひずみの増加に伴って回転する粒子の領域 が広がり、せん断帯の幅が広がっていく様子が確認 できる. Case-1 の軸ひずみ 5%時の結果を見ると供 試体全体に共役な方向に周期的な数本の筋が確認で きる.これらは実験においても観察される傾向³²⁾ であり、Oda & Iwashita²⁹⁾ も転がり抵抗を考慮した 解析結果においても同様な結果を示しているが、本 研究のような粒子形状を考慮した解析においても鮮 明に確認できることがわかる. これらの筋が小規模 なせん断帯を形成し、やがてこの中の一つが主せん 断帯となってせん断破壊する様子が確認できる.こ の小規模なせん断帯は、Case-2、Case-4 でも確認で きるが、その数は Case-1 が最も多い. また、Case-3 では、最初に発生したせん断帯がそのまま主せん断 帯となっているため、せん断帯の数は最も少ない. 岩下・小田⁷⁾らはせん断帯内部で粒子回転が卓越し て発生することで空隙が生じダイレイタンシーを引 き起こしていること指摘しており、内部的に形成し ているせん断層数とダイレイタンシーには関連があ

るものと考えられる. このことを考慮すれば, 先に 述べたせん断帯形成の状況の違いは, 図-9, 10, 11 に示した Case-1 が最も体積変化量が大きく Case-3 が最も小さい結果とも符合しているものと考えられ る.

また、山川ら³¹⁾によれば、均質な供試体ほどダ イアモンドパターンのせん断帯が発生するとしてい る.3.(3)節で述べたように Case-3 のような棒状の 粒子形状では等方圧縮過程においてもある方向に卓 越した配向が起こりやすく、均質な供試体の作成は 難しい.その結果、ある方向にせん断帯が形成され ると、そのせん断帯のみ成長する傾向があると考え られる.図-20 に示す中詰め供試体では、軸ひずみ 4%時に体積圧縮から体積膨張へ転じているが、ど のケースにおいても顕著な回転は見られない.この ことから、顕著な粒子回転は膨張過程において発生 し、その結果、せん断帯が形成されているものと考 えられる.

形成されているせん断帯を観察すると、右上から 左下に形成されるせん断帯では反時計回りが卓越し、 共役なせん断すべり面では逆に時計回りが卓越する. さらに、すべり面上のすべての粒子が同じ方向に回 転しているわけではなく、反対方向へ回転している 粒子が混在している.これらの現象は図-12,13 で 示したアルミ棒を用いた二次元一面せん断試験²¹⁾



図-22 排水三軸圧縮試験後の密な状態と緩い状態の 砂質土供試体の破壊状況(Taylor³²⁾)

でも粒子形状に関係なく観察されている.

また,密詰めモデルと比較してどのケースにおい ても共役な方向に周期的な回転の卓越した層が見ら れ,その層の周期間隔は密詰め供試体と比べて短い ことがわかる.そして,モデル中央付近に主せん断 帯を形成していると見られる層が形成されているが, 密詰めモデルと比べて明瞭な層とはなっていない.

図-11 に示した緩詰め供試体の応力~ひずみ関係 の結果では、Case-1 のみ正のダイレイタンシーを示 してはいるものの、どのケースも体積ひずみは圧縮 を示している.一方、図-21 によるすべてのケース で卓越した回転層は見られない.しかしながら小規 模な短い周期の回転層をモデル全体に観察すること ができる.実材料の緩詰め供試体を用いた排水三軸 圧縮試験においては、図-22 に示すように明瞭なせ ん断面の観察はできない場合があるが、図-11 およ び図-21 の結果を合わせて判断すると、供試体内部 では小規模な多数のせん断層を伴いながら体積圧縮 していることが予想される.

次に、図-19~21 に示した粒子回転の発達の様子 を回転角度で定量化したグラフを図-23 に示す.横 軸に軸ひずみ、縦軸はモデル全体の粒子数に対して 所定の水準の角度以上回転している粒子数の割合を 表している.水準となる回転角度として 10°以上 回転、20°以上回転、30°以上回転の3水準につい て示す.例えば、図-23(a)のグラフでは、軸ひずみ 10%時において Case-1 では 10°以上回転している 粒子が全体の約30%存在し、Case-3 では約20%であ ることを示す.さらに 30°以上回転している粒子 の割合はどちらのケースもほぼ 10%であることを示 している.

密詰め供試体では、ピーク強度(軸ひずみ 4%付近)を越えるまではほとんど回転していないことがわかる. Case-3 のみ軸ひずみ 4%時に回転粒子数が増加しているのは、Case-3 では軸ひずみ 3%付近で強度がピークとなっているためで、ピーク後の軟化 過程に入り粒子回転が大きくなることと符合してい



図-23 軸ひずみと粒子回転角度の関係

る.また,相対密度に関係なく Case-1 が回転粒子数 が最も多く, Case-3 が最も少ない傾向が見られる. このことは, Case-1 では大きい正のダイレイタンシ ーが見られることから,せん断帯における粒子回転 が体積ひずみ増分と密に関連していることを示唆す るものである. Case-2 と Case-4 の粒子回転の程度は ほぼ同じと見ることができるが,粒子回転の発生は Case-1, Case-4, Case-2, Case-3 の順序で起こりや すい傾向が見られる.この順序は長短度 EL の大き さと符合しており, Case-3 のような棒状の粒子形状 ほど粒子回転が少なく,体積ひずみ量は小さい傾向 があると考えられる.この傾向は図-20~21 に示す 中詰め供試体,緩詰め供試体においても同様に見ら れる.

4. 結論

本研究では,円要素3要素を連結したモデルを作成し,砂のような粒状材料のせん断挙動に対し粒子 形状が与える影響について個別要素法により検討を 行った.本研究によって得られた結果をまとめると 以下のようである.

- 粒状材料の粒子形状の違いにより初期等方圧縮 時に間隙比の異なる試料が作成されるが、相対 密度はほぼ等しい.初期に与える粒子間摩擦係 数を適切に設定することで、任意の相対密度モ デルを作成することが可能である.なお、本検 討における最大間隙比は低拘束圧時の間隙比を 最大間隙比とした.
- すべての粒子形状が同じ形状の集合体よりもラ ンダムな形状の集合体とする方が間隙比の小さ い密な供試体が作成できる.ただし,配位数で 比較すると棒状の粒子形状の方が配位数が大き く,三角形状の粒子形状の配位数が小さいこと から,粒子形状が等方圧縮過程における供試体 内部構造の形成に影響を与えていることが確認 できる.
- せん断過程で動員された内部摩擦角は、凹凸係 数 FU と相関が認められその関係は一次関数で 表すことができる.また、相対密度に応じて平 行な関係が得られ、このことは、形状と相対密 度が決まれば動員される内部摩擦角を予測でき ることを示す.さらに、長短度との相関では矩 形に近くても棒状になっても強度が弱くなる傾 向が見られた.ただし、今回の検討で二次元平 面ひずみ状態に限定されたものであり、三次元 状態での検討が必要である.
- せん断過程における粒子回転の分布が最大せん 断ひずみの分布と完全に対応していることから、 せん断帯形成に粒子回転が大きく影響を及ぼし ていることが認められる.粒子回転は供試体全 体にわたって一定間隔で周期的に発生し、やが てその中の一つが発達し、主せん断帯となる. これらの周期的な回転層は緩詰め供試体でも確 認できる.
- 5. 軸ひずみ~ダイレイタンシー関係から長短度が 1 に近い Case-1 は,棒状の粒子形状である Case -2,3 と比較して大きい正のダイレイタンシーを 示す.これは,せん断過程での回転粒子数の違 いに起因しており,せん断帯内部では粒子回転 に伴い大きな体積変化が生じていると考えられ

る.

参考文献

- 小田 匡寛: 粒状体の基本的特性とその土質工学的 意義,土と基礎, Vol.26, No.8, pp.63-70, 1978.
- 吉村 優治,小川 正二:砂の等方圧密およびせん断 特性に及ぼす粒子形状の影響,土木学会論文集, No.487/III-26, pp.187-196, 1994.
- 吉村 優治,小川 正二:粒状体の間隙比およびせん 断特性に及ぼす一次性質の影響,土木学会論文集, No.487/III-26, pp.99-108, 1994.
- Cundall, P.A.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol.29, pp.47-65, 1979.
- 5) Rothernburg, L. and Bathurst, R.J.: Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles, *Geotechnique*, Vol.42, No.1, pp.79-95, 1992.
- 6) 澤田 純男、プラダン・テージ、土岐 憲三、山下 典彦:個別要素解析における要素形状と初期密度の 影響、地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポ ジウム、土質工学会、pp.163-170、1994.
- 岩下 和義,小田 匡寛:粒子接点での転がり抵抗を 考慮した個別要素法によるせん断帯の微視的変形機 構,土木学会応用力学論文集, Vol.2, pp.401-412, 1999.
- 条原 直範,大野了悟,前田 健一:DEM による密度・過圧密履歴が異なる粒状材料の変形・破壊挙動と内部構造の変化の解析,土木学会応用力学論文集, Vol.5, pp.431-440, 2002.
- 9) 野並 賢,加藤 正司,吉村 優治,前田 健一,山本 修一:粒状体の変形・強度特性に与える粒子形状の 影響に関する二次元個別要素法による検討,土木学 会論文集,No.799/III-72, pp.51-63, 2005.
- 松島 亘志, 竿本 英貴:複雑な砂粒子形状の個別要 素モデル化手法の提案,第 37 回地盤工学研究発表 会, pp.357-358, 2002.
- Matsushima, T.: 3-D Image-based distinct element modeling for irregularly-shaped grains, *Proc. 2nd International PFC Symposium*, 2004.
- 12) Katzenbach, R. and Schmitt, A.: Micromechanical modeling of granular materials under triaxial and oedometric loading, *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, pp.313-322, 2004.
- 13) 松島 亘志,小長井一男:正多角形要素を用いた個 別要素法による粒状体の単純せん断シミュレーション,東京大学生産研究,第48巻7号,pp.343-346, 1996.
- 14) 板橋 一雄, 松尾 稔, 内藤 充則, 森 隆: 粒子形状

に関する視覚印象図のフラクタル解析と形状パラメ ータの比較,地盤工学論文報告集, Vol.44, No.1, pp.143-156, 2004.

- 15) 木山 英郎,藤村 尚:カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析,土木学会論文集, No.333, pp.137-146, 1983.
- Mindlin, R. D. and Deresiewicz, H. : Elastic spheres in contact under varying oblique forces, *J. Appl. Mech.*, Vol.20, pp.327-344, 1953.
- 17) 榊原 辰雄,上山 誠司:捨石材を用いた DEM パラ メータの検討,第 40 回地盤工学研究発表会, pp.911-912,2002.
- 八木 則男: c と φ を 考える. 4. 砂, 土と基礎, Vol.23, No.2, pp.84-90, 1975.
- 前田 健一,平林 大輝,大村 篤史: DEM を用いた 異なる粒度分布を有する粒状材料の変形・破壊挙動 と構造,第41回地盤工学研究発表会,pp.403-404, 2006.
- 20) 原 康夫:詳解物理学, 東京教学社, pp.37, 1991.
- 吉村 優治,高山純平:アルミ棒を用いた二次元一 面せん断試験によるせん断特性に関する研究,岐阜 工業高等専門学校紀要,第41号, pp.69-74, 2006.
- 22) 山本修一:個別要素法による粒状体の力学挙動に関 する基礎的研究,名古屋工業大学博士論文,1995.
- 23) 加藤 正司, 榊原 辰雄, 吉森 久貴, 栗山 靖崇:不 飽和土のような粒子間付着力を有する粒状材料の破 壊規準に関する三次元 DEM による検討, 土木学会 論文集 C, Vol.63, No.2, pp.530-543, 2007.
- 24) Oda, M.: Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material, *Soils and foundations*, Vol.12, pp.17-36, 1972.
- 25) 粒状体の力学, 土質工学会, pp.75-80, 1993.
- 26) Oda, M., Isao, K. and Higuchi, T. : Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test, *Soils and foundations*, Vol.18, pp.25-38, 1978.
- 27) 龍岡 文雄, 朴 春植:砂の変形・強度特性の異方性
 I, 土と基礎, Vol.41, No.7, pp.79-87, 1993.
- 小田 匡寛:土の微視的構造を探るための実験的研究(その3),土と基礎, Vol.50, No.4, pp. 42-47, 2002.
- 29) Oda, M. and Iwashita, K.: Study on couple stress and shear band development in granular media based on numerical simulation analyses, *International Journal of Engineering Science*, pp.1713-1740, 2000.
- 30) 久田 俊明:非線形有限要素法のためのテンソル解 析の基礎,丸善,1992.
- 31) 山川 優樹,池田 清宏,須藤 良清,寺井 信夫,鳥居 邦夫:砂の三軸試験供試体の分岐変形モードと

寸法・形状効果,土木学会論文集,No.701/III-58, pp.357-371, 2002.

Wiley, New York, 1948.

32) Taylor, D.W.: Foundamentals of soil mechanichs, John

(2007.5.31 受付)

EFFECTS OF GRAIN SHAPE ON MECHANICAL BEHAVIORS AND SHEAR BAND OF GRANULAR MATERIALS IN DEM ANALYSIS

Tatsuo SAKAKIBARA, Shoji KATO, Yuji YOSHIMURA and Satoru SHIBUYA

To study effects of grain shape on mechanical behavior and shear band of glanular materials, a number of biaxial compression test were simulated with the DEM analysys, in which the specimens made by different types of grain shape were used. Each grain is composed of three particles which are overlapped each other. From these simulation results, it was found that the shear strengths obtained showed linear relation to the shape index "FU", which characterizes grain shape. Besides, the rotations of grians contributed to the formation of shear band. A couple of shear bands appeared periodically, and the grain shape had effects on the quantities of grain rotation.